Korešpondenčný seminár z programovania
XXXIV. ročník, 2016/17
Katedra základov a vyučovania informatiky FMFI UK,
Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Úlohy 1. kola zimnej časti, kategória T

Termín odoslania riešení tejto série je pondelok **9. januára 2017**.

1. Tabuľa a fixka

kat. T; 0 b za popis, 20 b za program

Peťka má bielu tabuľu. Peťka tiež má červenú fixku, ktorou práve po tabuli čmárala. Lenže niekedy počas toho čmárania fixka vyschla. Suchá fixka nielen že nepísala, ale dokonca z tabule mazala už nakreslené čiary.

V tejto úlohe si predstavíme, že tabuľa je jedna veľká obdĺžniková bitmapa s r riadkami a s stĺpcami. Jednotlivé políčka bitmapy budeme volať pixely. Na začiatku sú všetky pixely tabule biele. Kým fixka píše, farbí dotknuté pixely na červeno. Keď už fixka vyschla, odfarbuje dotknuté pixely späť na bielo.

Peťka začne kresliť v čase 0, kedy zoberie do ruky fixku. V čase 1 sa fixkou dotkne políčka v *ľavom dolnom* rohu bitmapy. Od tejto chvíle môžeme Peťkino kreslenie popísať ako postupnosť akcií. Popis každej akcie má tvar "`smer kroky`". Údaj `smer` je jeden zo štyroch možných reťazcov: `up`, `down`, `left` alebo `right`. Údaj `kroky` je kladné celé číslo: počet krokov daným smerom, ktoré Peťka spraví. Každý krok predstavuje pohyb fixky o 1 pixel v danom smere. Každý krok trvá jednotkový čas.

Ak by napríklad prvá akcia bola "`up 3`", pohla by Peťka postupne fixku o 3 pixely dohora. Nových pixelov tabule by sa fixka dotkla postupne v časoch 2, 3 a 4.

Úloha

Na vstupe sú dané rozmery tabule a zoznam Peťkinych akcií. Na vstupe je tiež daná jedna konkrétna bitmapa tvorená červenými a bielymi pixelmi.

Zistite, či daná bitmapa môže byť výsledkom Peťkinho čmárania. Ak áno, nájdite najmenšiu aj najväčšiu hodnotu t takú, že je možné, že fixka vyschla niekedy medzi časmi t a $t+1$.

(Najmenšia platná hodnota t je nula. Táto hodnota znamená, že fixka vyschla skôr ako sa ňou Peťka prvýkrát dotkla tabule. Najväčšia platná hodnota t je rovná času kedy Peťka dokončila poslednú akciu. Táto hodnota znamená, že fixka vyschla až po tom ako Peťka dokreslila.)

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu sú tri celé čísla: rozmery tabule r a s a počet akcií n.

Nasleduje r riadkov a v každom z nich s znakov: bitmapa, ktorú chceme nakresliť. Znak `#` (mriežka) predstavuje červený pixel, znak `.` (bodka) biely.

Každý z posledných n riadkov vstupu obsahuje popis jednej Peťkinej akcie, a to v poradí, v akom ich vykonala.

Obmedzenia

- $1 \leq r, c$
- $r \cdot c \leq 1\,000\,000$ (čiže dokopy je nanajvýš milión pixelov)
- $1 \leq n \leq 1\,000\,000$
- počet krokov v každej akcii je kladný
- popis akcií má tú vlastnosť, že Peťka počas kreslenia nikdy neopustí plochu tabule
- z vyššie uvedených obmedzení sa dá odvodiť obmedzenie na maximálny možný celkový čas kreslenia
- je päť testovacích sád: prvá je rozumne malá, druhá je rozumne krátka a zvyšok je škaredší :)

Formát výstupu

Vypíšte jeden riadok v tvare "t_1 t_2", kde t_1 je najmenší a t_2 najväčší spomedzi časov, po ktorých mohla vyschnúť fixka tak, aby sme dostali zadaný obrázok. Ak sa zadaný obrázok nedá vyrobiť, vypíšte "-1 -1".

Príklady

vstup

```
6 8 5
........
...#....
########
#..#...#
#..#####
#.......
up 3
right 7
down 2
left 4
up 3
```

výstup

```
20 20
```

Fixka musela celý čas písať.

vstup

```
6 8 5
........
........
###.####
#......#
#..#####
#.......
up 3
right 7
down 2
left 4
up 3
```

výstup

```
17 17
```

Fixka musela vyschnúť medzi časmi 17 a 18. Viď obrázok.

			20				
4	5	6	7, 19	8	9	10	11
3			18				12
2			17	16	15	14	13
1							

vstup

```
3 3 2
...
.#.
...
up 2
right 2
```

výstup

```
-1 -1
```

Stredný pixel nemá ako byť červený, fixka tadiaľ nikdy nešla.

vstup

```
2 2 4
..
..
up 1
right 1
down 1
left 1
```

výstup

```
0 1
```

Jedna možnosť je, že fixka bola celý čas suchá. Je tu však aj iná možnosť: fixka mohla v čase 1 ešte písať, ale v čase 5 sme si to už suchou fixkou zmazali.

2. Trojuholníková nerovnosť

kat. T; 0 b za popis, 20 b za program

Mišo a Žaba hrajú hru *Trojuholníková nerovnosť*. Jej pravidlá sú nasledovné.

Zadaný je orientovaný graf na n vrcholoch taký, že medzi každými dvoma rôznymi vrcholmi vedie práve jedna hrana. Hra pozostáva z niekoľkých kôl. V každom kole si v tajnosti obaja hráči vyberú niektorý vrchol, a následne sa ich voľby odkryjú. 1 bod získa hráč, ktorý si vybral ten vrchol, **do ktorého vedie** hrana zo súperovho vrcholu. Ak si obaja hráči zvolili ten istý vrchol, obaja získavajú $\frac{1}{2}$ bodu. Úlohou každého hráča je nazbierať čo najviac bodov.

Obaja spolu nahrali strašné množstvo kôl v ktorých má Žaba 100-percentnú úspešnosť, no Mišo zatiaľ nezískal ani jeden bod. Ten dospel k záveru, že Žaba mu vie čítať myšlienky a prišiel s nasledovným plánom, ako konečne získať nejaké body.

- Naučí sa generovať skutočne náhodné reálne čísla z intervalu $\langle 0, 1)$.
- Každému vrcholu grafu v pridelí pravdepodobnosť p_v, že si ho v kole vyberie.

Keďže Žaba vie Mišovi naozaj čítať myšlienky[1], Žaba o tomto pláne vie. A je mu jasné, že jeho 100-percentná úspešnosť sa končí. Bude mať ale informáciu o tom, aké pravdepodobnosti si Mišo vyberie – na základe nich si zvolí najlepšiu možnú stratégiu.

Ako má Mišo prideliť vrcholom pravdepodobnosti, ak chce v očakávanom prípade získať najväčší možný podiel bodov?

Úloha

Zadaný je graf popisujúci hru. Každému vrcholu grafu v prideľte pravdepodobnosť p_v, s akou si ho má Mišo vybrať.

Hodnotenie

V závislosti od toho, akú silnú stratégiu tvorí vaše pridelenie pravdepodobností, dostanete body. Konkrétne, Žaba pridelí vrcholom pravdepodobnosti q_v, s ktorými ich bude hrať. Tieto zvolí tak, aby priemerný počet bodov, ktoré Mišo získa, bol čo najmenší.

Označme tento priemerný počet bodov x. Potom za daný test získate

$$\frac{1}{t} \cdot \frac{\log(\max(10^{-6}, 1 - 2x))}{\log 10^{-6}}$$

bodov, kde t je počet testov vo vstupnom súbore.

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu je jedno celé číslo $t = 100$ – počet testov. Nasleduje popis každého z t testov.

Každý test začína prázdnym riadkom. Na ďalšom riadku je celé číslo $n = 9$ – počet vrcholov grafu. Nasleduje $n - 1$ riadkov, v i-tom z nich sa nachádza i-čísel. Každé z týchto čísel bude z množiny $\{-1, 1\}$.

Číslo v i-tom riadku a j-tom stĺpci popisuje, ktorým smerom vedie hrana medzi vrcholmi i a j. Ak je to 1, tak hrana vedie z j do i – teda i poráža j. V druhom prípade vedie hrana opačným smerom.

Formát výstupu

Pre i-ty test vypíšte na i-ty riadok výstupu toľko medzerami oddelených čísel z intervalu $\langle 0, 1\rangle$, koľko je vrcholov v teste. Tieto čísla musia mať súčet 1.

[1] To je tak, keď Mišo Anderle hrá proti Žabovi...

Odporúčame čísla vypisovať s presnosťou 10^{-9}. Takisto si dávajte pozor, aby ste ich vypisovali vo formáte pevnej desatinnej čiarky (`0.00314`), a nie v pohyblivej desatinnej čiarke (`3.14e-03`).

Súbory na stiahnutie

Ku každej z prvých štyroch testovacích sád vám dáme nápovedu – ku každej vám ukážeme testovaciu sadu, ktorá je síce iná, ale bola vygenerovaná rovnakým spôsobom. Dá sa preto očakávať, že má podobné vlastnosti. Tieto sady môžete nájsť na http://media.ksp.sk/ulohy/34rocnik/1kolo/T2-na-stiahnutie.zip.

Príklady

vstup

```
2

3
1
1 1

3
1
-1 1
```

výstup

```
0.000000000 0.000000000 1.000000000
0.500000000 0.500000000 0.000000000
```

V prvom teste sme našli optimálne riešenie – vždy vyberieme tretí vrchol, ktorý poráža všetky ostatné vrcholy. Žabova stratégia bude rovnaká, a vždy nastane remíza. V priemere tak získame 0.5 *bodov. V druhom teste si Žaba zvolí stratégiu, pri ktorej vždy zvolí druhý vrchol. S* 50*-percentnou šancou zvolíme vrchol* 1*, a Žaba získa bod. Vo zvyšnej polovici prípadov nastane remíza. V priemere tak získame* 0.25 *bodov.*

3. Tristo

kat. T; 0 b za popis, 20 b za program

Na motívy filmu *Tristo* vymyslel Buj počítačovú hru. Ako za chvíľu iste pochopíte, prešla komplikovaným a dlhým vývojom. Jej hlavné herné mechaniky si priblížime nižšie.

V tejto hre hráč ovláda zhruba tristo dážďoviek. Tie žijú vo svojom podzemnom komplexe, ktorý vyzerá ako graf-strom. Vrcholy stromu reprezentujú miesta v podzemnom komplexe, pričom koreň stromu reprezentuje východ z komplexu.

Každá dážďovka v komplexe okupuje nejaký súvislý úsek vrcholov – teda vrcholy, na ktorých sa nachádza niektorý článok dážďovky, tvoria cestu. Koncovým článkom dážďovky budeme hovoriť *hlava* a *chvost*.

Úlohou hráča je riadiť evakuáciu dážďoviek von z komplexu. Dážďovky sú pripravené – aj preto je každá dážďovka otočená hlavou smerom ku koreňu stromu. To znamená, že spomedzi všetkých jej článkov je jej hlava ku koreňu najbližšie.

Hra prebieha v ťahoch. V každom ťahu hráč klikne na niektorú dážďovku, a tá sa pohne o toľko smerom ku koreňu, o koľko sa dá. Nevie sa samozrejme pohnúť do vrcholu, ktorý už je obsadený článkom inej dážďovky. Takisto sa dážďovka nevie natiahnuť – dĺžka dážďovky zostane po vykonaní ťahu rovnaká. Ak po vykonaní ťahu hlava dážďovky dosiahne koreň stromu, dážďovka je zachránená a komplex opúšťa.

No a vašou úlohou bude túto hernú mechaniku čo najefektívnejšie implementovať.

Úloha

Dostanete popis podzemného komplexu. Následne dostanete popis niekoľkých hier, ktoré sa všetky odohrávajú v tomto komplexe.

Popis hry pozostáva z rozmiestnenia dážďoviek v ňom, a postupnosti ťahov hráča. Každý ťah určuje jednu dážďovku, na ktorú hráč klikol. Pre každý hráčov ťah zistite, v ktorých vrcholoch sa bude nachádzať hlava a chvost určenej dážďovky po tom, čo sa ťah vykoná.

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu je jedno celé číslo n – počet vrcholov stromu.

Nasleduje riadok s n celými číslami $p_1, p_2, \ldots, p_n$, pričom susedné čísla sú oddelené práve jednou medzerou. Ak $p_i = 0$, tak vrchol i je koreňom stromu. V opačnom prípade je otcom vrcholu i vrchol p_i.

Nasleduje prázdny riadok, a po ňom riadok s jedným celým číslom t – počet hier. Nasledujú popisy týchto hier.

Popis hry začína prázdnym riadkom. Za ním nasleduje riadok s jedným celým číslom m – počet dážďoviek. Nasleduje m riadkov, a v každom z nich sú dve celé čísla oddelené medzerou – čísla vrcholov, v ktorých sa nachádza hlava a chvost dážďovky.

V ďalšom riadku je jedno celé číslo q – počet ťahov hráča. Nasledovný riadok obsahuje q celých čísel $d_1, d_2, \ldots, d_q$, pričom susedné čísla sú oddelené práve jednou medzerou. i-te z týchto čísel je poradové číslo dážďovky, na ktorú hráč v i-tom ťahu klikol.

Obmedzenia

- $t \leq 1\,000$
- Celkový počet vrcholov, celkový počet dážďoviek ani celkový počet ťahov nepresiahne 100 000.
- Pre každú dážďovku platí, že vrchol, v ktorom sa nachádza hlava je predkom vrcholu, v ktorom sa nachádza chvost.

Formát výstupu

Pre každý ťah vypíšte na samostatný riadok dve čísla h a c oddelené jednou medzerou – čísla vrcholov, v ktorých sa nachádzajú hlava a chvost dážďovky po vykonaní ťahu.

Ak dážďovka komplex opustí, vypíšte namiesto toho `saved`, a v prípade, že sa dážďovka v komplexe už nenachádza, vypíšte `illegal`.

Príklady

vstup

```
14
0 1 1 2 2 2 3 3 5 5 7 10 11 11

2

6
1 2
6 6
9 9
10 12
3 8
13 13
11
6 5 4 1 5 6 3 2 4 3 1

3
1 12
7 14
3 8
6
3 2 1 2 3 2
```

výstup

```
7 7
3 8
5 10
saved
saved
saved
9 9
saved
saved
saved
illegal
3 8
7 14
saved
7 14
saved
saved
```

4. Taký neporiadok!

kat. T; 0 b za popis, 20 b za program

V KSP-áckej miestnosti T2 vládol neporiadok – CD-čka sa váľali na zemi, na stole boli porozhadzované vláčiky a koľajnice, a pôvodne svetlomodrý koberec nadobúdal kvôli prachu tmavomodrú farbu.

Všetko sa ale zmenilo od momentu, kedy sa obyvateľom T2 stal Kubo. Ten odmietal znížiť svoje štandardy na životné prostredie, a pustil sa do upratovania.

Pritom si uvedomil, ako veľmi ho upratovanie baví, a tak sa rozhodol, že niekedy uprace aj celú chodbu, na ktorej sa nachádza T2. Zaujíma ho, ako dlho mu to bude trvať – možno to stíha spraviť do začiatku vyučovacej hodiny.

Úloha

Chodbu si vieme predstaviť ako vodorovnú priamku, a miesta na chodbe ako body na tejto priamke. Ich pozície sú na celých číslach x-ovej osi.

Na niektorých miestach sa nachádzajú smeti, a na niektorých miestach zase smetné koše. Kubo začína v miestnosti T2, a jeho úlohou je presunúť každý odpadok do koša.

V jednej minúte sa vie presunúť medzi dvoma susednými miestami. Ak sa Kubo nachádza na mieste s odpadkom, môže ho zdvihnúť. Toto ho čas nestojí, vie ale držať iba jeden odpadok naraz. Ak sa Kubo nachádza na mieste so smetným košom, vie doň hodiť odpadok, ktorý práve drží. Toto ho tiež nestojí čas. Do každého smetného koša sa zmestí ľubovoľne veľa odpadkov.

Formát vstupu

Na prvom riadku vstupu sa nachádza celé číslo t – počet testov.

Každý test popisuje jednu situáciu. Popis testu začína prázdnym riadkom.

Na druhom riadku testu sa nachádzajú dve celé čísla n, s – celkový počet smetných košov aj odpadkov, a začiatočná pozícia Kuba.

Každý z nasledujúcich n riadkov obsahuje dve celé čísla o, p – typ objektu, a jeho pozícia na x-ovej osi. Ak $o = 0$, tak je to smetný kôš, v opačnom prípade $o = 1$ a je to odpadok. Pozície jednotlivých objektov tvoria neklesajúcu postupnosť.

Všetky pozície (Kuba aj objektov) sú v absolútnej hodnote najviac 10^9.

Obmedzenia

Je 10 testovacích sád. Pre jednotlivé sady platia nasledovné obmedzenia.

Sada	1, 2, 3	4	5	6, 7	8	9, 10
Maximálne t	5	10000	1000	100	10	1
Maximálne n	10	10	100	1000	10000	100000

Formát výstupu

Na jediný riadok výstupu vypíšte jedno celé číslo – najkratší čas, za ktorý vie Kubo presunúť každý odpadok do niektorého smetného koša. **Ak Kubo nevie presunúť všetký odpadky do smetných košov, vypíšte namiesto toho -1.**

Príklady

vstup

```
2

5 4
1 -5
1 -3
0 0
1 2
1 3

9 -5
0 -4
1 -1
1 1
1 1
0 2
1 3
0 4
1 7
1 10
```

výstup

```
24
31
```

5. Trojuholníky a body

kat. T; 0 b za popis, 20 b za program

Baklažánovi sa nechcelo vymýšľať rozprávku do tejto úlohy a tak si aspoň na papieri vyznačil niekoľko bodov. Po chvíli za ním prišiel Buj, a aby reč nestála sa ho začal pýtať otázky typu: “Koľko tvojich bodov leží

v trojuholníku danom týmito tromi bodmi?". Baklažánovi odpovedanie na tieto otázky dalo vcelku zabrať a teraz ponúka odmenu 20 bodov každému, kto to zvládne tiež.

Úloha

V rovine máme vyznačených n rôznych bodov s celočíselnými súradnicami. Dostanete q otázok typu "Koľko vyznačených bodov leží v trojuholníku ABC?", kde A, B, C sú tri rôzne vyznačené body. Vašou úlohou je všetky tieto otázky správne zodpovedať. Strany a vrcholy trojuholníka považujeme za jeho súčasť.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je jedno celé číslo n ($3 \leq n \leq 500$) – počet bodov. Nasleduje n riadkov popisujúcich jednotlivé body. V každom z týchto riadkov budú dve celé čísla x a y ($|x|, |y| \leq 1\,000\,000\,000$) – súradnice daného bodu. Všetky body budú navzájom rôzne. Body si očíslujme v poradí, v akom sú uvedené na vstupe číslami $0, 1, \ldots, n$. V nasledujúcom riadku je jedno celé číslo q ($1 \leq q \leq 200\,000$) – počet otázok. V posledných q riadkoch sú popisy týchto otázok. Každý z týchto riadkov obsahuje tri celé čísla a, b, c z rozsahu 0 až $n-1$ – čísla bodov tvoriacich vrcholy trojuholníka, na ktorý sa pýtame. Je zaručené, že body a, b a c tvoria (nedegenerovaný) trojuholník.

Formát výstupu

Pre každú otázku vypíšte riadok obsahujúci jedno celé číslo – počet bodov, ktoré ležia v tomto trojuholníku alebo na jeho hranici.

Príklady

vstup

```
4
0 0
0 3
1 1
3 0
2
0 1 2
3 0 1
```

výstup

```
3
4
```