OMYL

Matej Krivošík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 2
Papier číslo 1/3

Riešenie:

A, B, C, D sú rôzne od nuly, lebo ináč by bol súčin $A.B.B.C.D = 0$. Zo zadania viem:

$$A.B.B.C.D = BAC$$
$$B.A.C = AC$$
$$A.C = C$$

$A.C = C \Longrightarrow A = 1$

$C=2$ $A.C = 1.2 = 2$
$B.A.C = B.1.2 = 12 \Longrightarrow B = 6$

$A.B.B.C.D = 1.6.6.2.D = 612 = BAC$
$72.D = 612$
$D = 8,5$ – nemôže byť, lebo D nie je celé číslo.

$C=3$ $A.C = 1.3 = 3$
$B.A.C = B.1.3 = 13$ 13 je prvočíslo, preto ho nedostanem súčinom troch rôznych čísel

Matej Krivošík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 2
Papier číslo 2/3

$C=4$ $\quad A.C=1.4=4$

$B.A.C=B.1.4=14$

$\Downarrow$ 14 nedostanem súčinom troch rôznych celých čísel

$C=5$ $\quad A.C=1.5=5$

$B.A.C=B.1.5=15 \Longrightarrow B=3$

$3.1.5=15$

$A.B.B.C.D=1.3.3.5.D=315$

$45.D=315$

$D=7$

$\Downarrow$ Toto je jedna z možností

$C=6$ $\quad A.C=1.6=6$

$B.A.C=B.1.6=16$

$\Downarrow$ 16 nedostanem súčinom troch rôznych celých čísel

$C=7$ $\quad 1.7=7$

$B.A.C=B.1.7=17$

$\Downarrow$ 17 nedostanem súčinom troch rôznych celých čísel

Matej Krivašík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 2
Papier číslo 3/3

$C=8$ $C.A=1.8=8$
$B.A.C=B.1.8=18$ → 18 nedostanem súčinom troch rôznych celých čísel

$C=9$ $1.9=9$
$B.A.C=B.1.9=19$ → 19 nedostanem súčinom troch rôznych celých čísel

Odpoveď:

Úloha má práve 1 riešenie a to, keď
$A=1$
$B=3$
$C=5$
$D=7$

$ABBCD = 13357$

Matej Krivošík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 3
Papier číslo 1/2

Riešenie:

Číslo 4 sa dá napísať ako súčet prirodzených čísel takto:

1. $4 = 1+1+1+1$
2. $4 = 1+1+2$
3. $4 = 1+3$
4. $4 = 2+2$
5. $4 = 4$

Predpokladám, že skupinu, ktorá bude mať súčet 4 neviem nájsť. Predpokladám, že medzi 8 číslami (ktorých súčet je 20) sú len tri jednotky a nieje tam žiadna dvojka (keby bola tak by som dostal možnosť 2), žiadna trojka (keby bola, tak by som dostal možnosť 3), žiadna štvorka (možnosť 5). Najmenšie číslo, ktoré môžem pripočítať je 5. Pridám toľko pätiek, aby som mal 8 sčítancov:

$$\underbrace{1+1+1}_{\text{predpoklad}} + \underbrace{5+5+5+5+5}_{\text{dodám}} = 28 > 20$$

Keby som dodal väčšie čísla, tak by súčet bol ešte väčší. Musím teda dodať čísla menšie ako päť. A to sú 4, 3, 2, 1. Potom viem určite nájsť skupinu čísel, ktorá bude mať súčet 4 (možnosť 5, 3, 2, 1).
Podobne predpokladám, že medzi 8 číslami sú len dve 1 a nie je tam žiadna 2, 3, 4. Najmenšie číslo, ktoré môžem pripočítať je 5:

$$\underbrace{1+1}_{\text{predpoklad}} + \underbrace{5+5+5+5+5+5}_{\text{dodám}} = 32 > 20$$

Matej Krivošík
GJH
Príma A
Príklad číslo 3
Papier číslo 2/2

Musím dodať len čísla menšie ako 5, a to 4, 3, 2, 1. Potom viem určite nájsť skupinu, ktorá bude mať súčet 4.
Predpokladám, že medzi 8 číslami je len jedna 1 a žiadne číslo 2, 3, 4. Pripočítam pätky:

$$\underbrace{1}_{\text{predpoklad}} + \underbrace{5+5+5+5+5+5+5}_{\text{dodatok}} = 36 > 20$$

Musím teda doplniť čísla menšie ako päť a to sú 4, 3, 2, 1. Potom viem určite nájsť skupinu, ktorá bude mať súčet 4.
Predpokladám, že tam nie je žiadna 1 a je tam iba jedna 2 (keby boli dve 2, tak je to možnosť 4). Najmenšie čísla, ktoré možem pripočítať je 3. Pridám toľko trojek aby som mal 8 sčítancov:

$$\underbrace{2}_{\text{predpoklad}} + \underbrace{3+3+3+3+3+3+3}_{\text{dodám}} = 23 > 20$$

Musím teda dodať menšie čísla, a to je 2 alebo 1. Potom viem nájsť skupinu, ktorá bude mať súčet 4:
keby som dodal 2 ...... možnosť 4
keby som dodal jednu 1 ...... $2+1+3+3+3+3+3+3 = 21 > 20$
Musím teda pridať ešte dve 1 .... dostávam možnosť 2
keby medzi 8 číslami neboli 1 a 2, tak $3+3+3+3+3+3+3+3 = 24 > 20$
V súčte teda musia byť 1 a 2.

Odpoveď:

Dôkaz je napísaný vyššie.

Matej Krivašík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 4
Papier číslo 1/2

Riešenie:

keď čísla otočím dolu hlavou, tak budú dávať zmysel čísla 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9. Čísla sú po obrátení rovnake, okrem číslic 6 a 9, lebo sa zo 6 po obrátení stane 9 a zo 9 sa po obrátení stane 6. Kevinove napísane čísla:

$$\begin{array}{cccc} \boxed{a} & \boxed{b} & \boxed{c} & \boxed{d} \\ \boxed{e} & \boxed{f} & \boxed{g} & \boxed{h} \\ \hline 6 & 6 & 8 & 8 \end{array}$$

Kevinove napísané čísla po obrátení:

$$\begin{array}{ccccc} & \boxed{h} & \boxed{g} & \boxed{f} & \boxed{e} \\ & \boxed{d} & \boxed{c} & \boxed{b} & \boxed{a} \\ \hline 1 & 1 & 8 & 9 & 6 \end{array}$$

a, b, d, h nemôžu byť nuly, lebo čísla nemôžu začínať na nulu. Ďalej uvažujem $d, h, a, b \neq 0$.

$d + h = 8$, teda d môže byť 6/2
h môže byť 2/6

Ešte môže byť, že $d + h = 18$, (teda $d = 9$ a $h = 9$) ale v obrátenom príklade by to $d + h$ muselo byť minimálne 12 000 a je len 11 000 (lebo 9 je po obrátení 6).

teda to nemôže byť

Matej Krivošík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 4
Papier číslo 2/2

$d+h = 6+2$
$d+h = 2+6$

po otočení: $h+d = 2+9 = 11$
$h+d = 9+2 = 11$

Teda $g+c$ v obrátenom príklade muselo byť bez prechodu.

pôvodný: $c+g = 8$
otočený: $g+c = 8$ } výsledok je rovnaký pred aj po otočení, teda $c=0$ a $g=8$ alebo $c=8$ a $g=0$.
Nikde mi nevzniká prechod.

pôvodný: $b+f=6$ – $b=0$ a $f=6$ alebo $b=6$ a $f=0$
otočený: $f+b=9$ – $b=0$ a $f=9$ alebo $b=9$ a $f=0$
Nikde mi nevzniká prechod.

pôvodný: $a+e=6$ – $a=1$ a $e=5$ alebo $a=5$ a $e=1$
otočený: $a+e=6$ – $a=1$ a $e=5$ alebo $a=5$ a $e=1$
Iná možnosť nieje, lebo $a, e \neq 0$.

Možné dvojice sú:

5006 – 1682
5002 – 1686
5086 – 1602
5082 – 1606
5606 – 1082
5602 – 1086
5686 – 1002
5682 – 1006

Odpoveď:

Na papieri mal napísanú jednu dvojicu čísel uvedenú vyššie. Sára mohla mať napísanú inú dvojicu a dostať rovnaký výsledok. Je 8 možností.

Matej Krivošík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 5
Papier číslo 1/3

Riešenie:

Naša figúrka sa nikdy nedostane na políčko C1 (lebo by bola hneď vyradená) a ani na políčka D1, E1, F1, G1, H1 (lebo keď sa už presunie do druhého radu, nesmie sa vrátiť nižšie).
Moja figúrka spraví 2 kroky, potom sa nepriateľ pohne. Po dvoch krokoch bude moja figúrka vždy na párnom políčku. Nikdy sa však nemôžem zastaviť na čiernom políčku v stlpci C a F lebo by som bol vyhodený. Stlpec C musím vždy prejsť takto: z B2 do D2, B4 → D4, D6 → D6, B8 → D8.

Cesty z A1 do B2, B4, B6 a B8

A1 → B1 → B2 → D2
A1 → A2 → B2 → D2

A1 → B1 → B2 → B3 → B4 → D4
A1 → A2 → B2 → B3 → B4 → D4
A1 → A2 → A3 → B3 → B4 → D4
A1 → A2 → A3 → A4 → B4 → D4

A1 → B1 → B2 → B3 → B4 → B5 → B6 → D6
A1 → A2 → B2 → B3 → B4 → B5 → B6 → D6
A1 → A2 → A3 → B3 → B4 → B5 → B6 → D6
A1 → A2 → A3 → A4 → B4 → B5 → B6 → D6
A1 → A2 → A3 → A4 → A5 → B5 → B6 → D6
A1 → A2 → A3 → A4 → A5 → A6 → B6 → D6

Možnosti, ako sa dostanem do B8 a potom do D8 nebudem rozpisovať, lebo keď sa dostanem do D8, tak potom musím ísť len E8 a odtiaľ do F8, kde budem vyhodený. Cez B8 sa do H8 nedostanem. Stlpec F môžem prekročiť na troch miestach (možnosť E1 → G1 som vylúčil na začiatku): E3 → G3, E5 → G5, E7 → G7

D2 → E2 → E3 → G3
D2 → D3 → E3 → G3

D2 → E2 → E3 → E4 → E5 → G5
D2 → D3 → E3 → E4 → E5 → G5
D2 → D3 → D4 → E4 → E5 → G5
D2 → D3 → D4 → D5 → E5 → G5

Matej Krivosik
GJH
Príma A.
Príklad číslo 5
Papier číslo 2/3

D2 → E2 → E3 → E4 → E5 → E6 → E7
D3 → E3 → E4 → E5 → E6 → E7
D3 → D4 → E4 → E5 → E6 → E7
D3 → D4 → D5 → E5 → E6 → E7 → G7
D3 → D4 → D5 → D6 → E6 → E7
D3 → D4 → D5 → D6 → D7 → E7

D4 → E4 → E5 → G5
D5 → E5 →

D4 → E4 → E5 → E6 → E7
D5 → E5 → E6 → E7 → G7
D5 → D6 → E6 → E7
D5 → D6 → D7 → E7

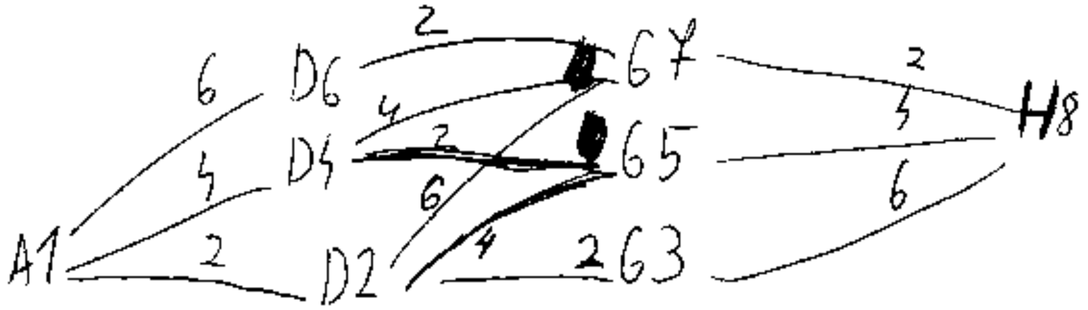
D6 → E6 → E7 → G7
D7 → E7

G3 → H3 → H4 → H5 → H6 → H7 → H8
G4 → H4 → H5 → H6 → H7 → H8
G4 → G5 → H5 → H6 → H7 → H8
G4 → G5 → G6 → H6 → H7 → H8
G4 → G5 → G6 → G7 → H7 → H8
G4 → G5 → G6 → G7 → G8 → H8

G5 → H5 → H6 → H7 → H8
G6 → H6 → H7 → H8
G6 → G7 → H7 → H8
G6 → G7 → G8 → H8

G7 → H7 → H8
G8 → H8

Matej Krivošík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 5
Papier číslo 3/3



$A1 \to D2 \to G3 \to H8$ $2.2.6=24$

$A1 \to D2 \to G5 \to H8$ $2.4.4=32$

$A1 \to D2 \to G7 \to H8$ $2.6.2=24$

$A1 \to D4 \to G5 \to H8$ $4.2.4=32$

$A1 \to D4 \to G7 \to H8$ $4.4.2=32$

$A1 \to D6 \to G7 \to H8$ $6.2.2=24$

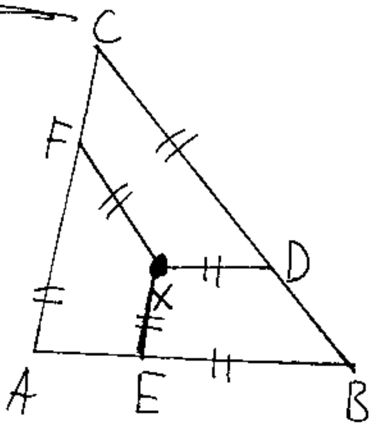
168

Odpoveď:

Je 168 možností ako sa môžem dostať A1 do H8.

Matej Krivošík
GJH
Príma A.
Príklad číslo 6
Papier číslo 1/1

Riešenie:



XD || AB
XE || AC
XF || BC

Trojuhlolník viem minimálne rozdeliť na 3 lichobežníky.
Každý lichobežník viem rozdeliť na nekonečne veľa lichobežníkov, a to takto:

Takýchto rovnobežných čiar viem spraviť nekonečne veľa.

Z jedného lichobežníka viem spraviť 2, 3, 4, 5, ... lichobežníkov.

Odpoveď:

Trojuholník sa dá rozdeliť minimálne na 3 lichobežníky.
Potom sa dá postupne každý lichobežník rozdelovať.
Trojuholník teda viem rozdeliť na 3, 4, 5, ... lichobežníkov.
Je nekonečne veľa možností.

Daniel Teplan, Gymnázium Grosslingová, Tercia,
Príklad č.4

ABCD	DCBA
EFGH	HGFE
6688	11896

Tu vidím jednotlivé písmená, ktoré mi predstavujú cifry, a vidím aj ich súčet, teda číslo čo Kevinovi vyšlo. Najprv sa pozriem na A a E. Tie dávajú v obidvoch príkladoch súčet 6 možné, že by sa v prvom prípade 1 prenášalo, ale jediné, číslo, ktoré je po otočení iné je 6,9 z čoho by rozdiel vznikol 3, a teda prenášanie by to nevyrovnalo. Preto A a E budú cifry ktoré dávajú súčet 6, no nebudú tam nepoužiteľné čísla (3,4,7) a ani 6. Jediná možnosť za týchto podmienok je 5+1, ktoré bude ktoré je však jedno, nezáleží na tom.
Potom tu sú B a F, ktoré dávajú raz súčty 6 a 9. Tam je jasné, že tam je rozdiel o 3, ktorý sa dá urobiť iba s pomocou čísel 6 a 9. To znamená, že jedno číslo bude nula, a druhé 6 a 9 zároveň.
C a G dávajú súčet 8, a to v obidvoch prípadoch, takže prenos a 6,9 nebudem potrebovať. A keďže jediná možnosť ako dosiahnuť 8 bez 3,4,7,6,9, je 0+8, tak to bude správne. Tak ako pri minulých cifrách, neviem určiť ktoré bude ktoré.
Posledné, D a H, majú súčet raz 8, a raz 11, takže je jasné, že použijem 6 a 9. V prvom príklade bude jedno z nich 6, a druhé 2, a v druhom jedno 9, a druhé 2.

Odpoveď: Je 16 možných čísel, ktoré spĺňajú zadané podmienky.

Daniel Teplan, Tercia, Gymnázium grosslingová 18,

Príklad č.5

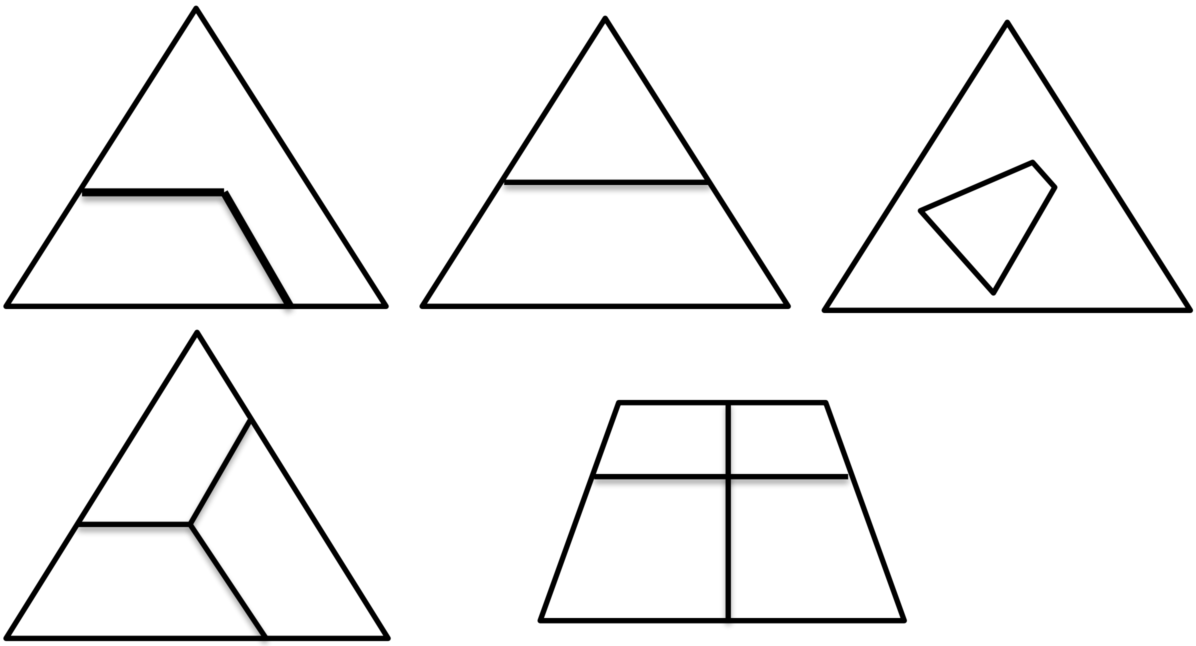
1	8	8	20	60	0	60	168
1	7	0	12	40	40	60	108
1	6	6	12	28	0	20	48
1	5	0	6	16	16	20	28
1	4	4	6	10	0	4	8
1	3	0	2	4	4	4	4
1	2	2	2	2	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0

Tuto som si urobil mapu, a do každého políčka som napísal, koľkatimi rôznymi spôsobmi sa tan dá dostať, a to tak, že napíšem do políčka súčet čísiel zo susediacich políčok naľavo a dole. Čo som tam ešte pripočítal je, že na niektorých políčkach ma vybije nepriateľ, a to sú vždy niektoré políčka, lebo ja viem určiť, po Koľkých ťahoch sa na dané políčko dostanem, lebo na dostanie sa na dané políčko potrebujem vždy rovnaký počet ťahov hore aj doprava, iba môžu byť v inom poradí. Teda na tie políčka, kadiaľ by prešla nepriateľská figúrka som si dal ešte pred vypĺňaním nulu. Potom mi vyšla tabuľka hore, čiže odpoveď je 168.

Odpoveď: Viem sa tam dostať 168 rôznymi cestami.

Daniel Teplan, tercia, Gymnázium Grosslingová 18
Príklad č.6

Najprv viem zistiť, že trojuholník sa nedá rozdeliť na 2 lichobežníky, lebo ak bude jedna z rovnobežných strán lichobežníka zároveň aj časť strany trojuholníka, tak mi vznikne 5-uholník. Ak by to bola celá strana, vznikne mi ďalší trojuholník, alebo aj dva. Ak teda strana nebude rovnobežná, vznikne mi čosi ako trojuholník s lichobežníkovým výrezom, čo určite nie je lichobežník. Vľavo dole mám ukázané, že sa trojuholník dá rozdeliť na 3 lichobežníky, a na pravo od toho je ukázané, že každý lichobežník sa dá rozdeliť na dva lichobežníky, takže v podstate na ľubovoľný počet. Tým teda môžem povedať, že trojuholník sa dá rozdeliť na 3 a viac častí.
Odpoveď: Trojuholník môžem rozdeliť na 3 a viac lichobežníkov.



Daniel Teplan, Gymnázium Grosslingová, Tercia,
Príklad č.7

Ak má každý strážca 5 kľúčov z desiatich, tak všetkých kombinácií je 10*9*8*7*6 (inak povedané 10!/5!) a to celé ešte /5!, keďže nezáleží na poradí kľúčov.
Teraz viem, že keď sa už nejaká kombinácia vyskytuje, tak ku nej mám jednu opačnú, ktorá ju doplní o zvyšných 5 zámkov, a teda to bude proti zadaniu, teda sa mi počet kombinácií zníži na polovicu.
Preto je výsledný počet kombinácií:

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2} = 252$$

Ak by som mal to isté, ale s 21 kľúčmi pre každého strážcu, a s 42 zámkami, tak by bola rovnica:

$$\frac{42!}{21! \times 21! \times 2} = 269128937220$$

Daniel Teplan, tercia, Gymnázium Grosslingová 18
Príklad č.8

Predstavme si napríklad zelenú rovinu, na nej fuchsiovú priamku, a na nej tyrkysový (ale viac do modra) bod. A keďže neviem urobiť žiadnu priamku, ktorá by križovala moju fuchsiovú priamku dva krát, tak viem určite povedať, že maximálne jeden bod bude inej farby ako zelenej. Tým teda viem, že pre tri farby sa dá splniť podmienka. Pre štyri to už nejde, lebo ak si zvolím štvoruholník, ktorého vrcholy budú 4 rôzne farby, tak sa budú určite uhlopriečky pretínať, a teda sa budú pretínať dve priamky, na každej musia byť iba dve farby, takže bod kde sa pretínajú bude problém. Preto je odpoveď 3.

Daniel Teplan, Gymnázium Grosslingová, Tercia,
Prémia

NÁDOBA	1	2	3	4	5
1.KOLO	0	33	34	33	0
2.KOLO	0	33	34	33	0
3.KOLO	0	33	34	33	0

Tímea Gertler
Sekunda
Gymnázium J. Papánka
Príklad č.3

Máme osem čísel:
A,B,C,D,E,F,G,H
A+B+C+D+E+F+G+H=20

Vypočítam si najprv koľko je priemer jedného čísla keby všetky boli rovnaké:
20:8=2,5

Vyšlo mi, že keby všetkých týchto osem čísel malo byť rovnakých, jedno bude 2,5.

Týmto som zistila, že keby máme čísla 2,3,2,3,2,3,2,3 tak dostaneme súčet 20.
Tak ideme skúsiť nájsť skupinku čísel, ktorá bude mať súčet 4, (skupinka čísel musí mať minimálne 2 čísla a maximálne 4, viac už nemôže mať kvôli tomu, že by to museli byť záporné čísla).

2,3,2,3,2,3,2,3- 2+2=4 našli sme

Teraz musím zistiť či existuje taký rad čísiel, kde by sa nedala vybrať skupinka čísiel, ktorých súčet by bol 4.

- Na začiatok radu dáme tri jednotky (štyri a viac by sme nemohli).
- Keď máme tri jednotky, dvojku už logicky nemôžeme dať, (2+1+1= 4)
- Trojku tiež nemôžeme dať do radu, (3+1=4)
- Štvoriek môžeme dať do radu koľko ich chceme, (v skupinke nemôže byť len jedno číslo)
- Nulu tam nemôžeme dať, (4+0=4 a to by už mohla byť skupinka čísiel)
- Ostatné čísla tam už kľudne môžeme dať

1115444 – toto nemá skupinku čísel, ktorá má súčet 4 ale nie je tam 8 čísel.

Tým pádom neexistuje taký rad čísel, v ktorom by nebola skupinka čísel, ktorá by nemala súčet 4.

Tímea Gertler
Sekunda
Gymnázium J. Papánka
Príklad č.4

Najprv si určíme čísla, ktoré aj po otočení dávajú zmysel:
1,2,5,6,8,9,0

- Prvá ani štvrtá cifra nesmie byť 0.

Postupne teraz budeme dopĺňať čísla do súčtu.
Začneme od poslednej cifry čísla 6688:

```
    __ __ __ __          __ __ __ __
 +  __ __ __ __       +  __ __ __ __
 ---------------      ----------------
    6  6  8  8        1  1  8  9  6
```

Prvé musíme zistiť súčet akých dvoch čísel dáva spolu 8.
0+8, 2+6 ale aj 9+9, kde by nám jedna ostala do desiatok.
0+8 nemôže byť, pretože by 0 bola prvou cifrou
9+9 tiež nemôže byť, pretože po otočení je to 6+6=12 a to je príliš veľa, ak máme po otočení mať 11-tisíc. Takže musí to byť 2+6, alebo 6+2, ale to je teraz ešte jedno.

```
968 11
------
     6
     2
------
6688
```

Na mieste desiatok musíme opäť poskladať číslo 8. Znova máme tie isté možnosti ako pri jednotkách. 2+6 ani 9+9 to ale byť nemôže pretože po otočení to bude 2+9 alebo 6+6 a my potrebujeme mať po otočení vo väčšom súčte tiež číslo 8. Takže to musí byť súčet 0+8.

```
968 11
------
    86
    02
------
6688
```

Aby sme dostali číslo 6, potrebujeme sčítať 1+5 alebo 6+0, prípadne ešte 8+8.
1+5 aj 8+8 po otočení nemenia súčet a my potrebujeme v menšom súčte 6 a vo väčšom 9. To sedí presne na súčet 0+6, preto je to jediná možnosť.

96811

086
602

6688

Opäť máme tie isté tri možnosti ako dostať číslo 6, len teraz zas nemôžeme použiť nulu, lebo chceme štvorciferné, číslo a 8+8 byť nemôže, pretože by nám ostala jednotka, pre miesto desaťtisícok. Preto nám ostáva iba možnosť 1+5.

96811

5086
1602

6688 po otočení

8899

2091
9805

11896.

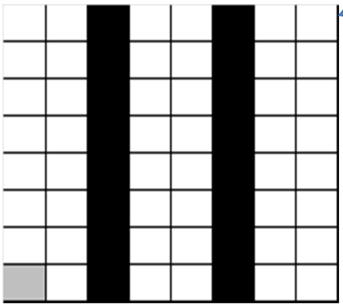
Zostáva zistiť koľko kombinácií takýchto čísel vyhovuje podmienkam.

Keďže všetky súčty cifier (pred otočením) sú do desať, môžeme hociktoré z cifier sčítancov vymeniť medzi dvojicami čísel (t.j. číslo 2 môžeme vymeniť so 6 na mieste jednotiek, 0 s 8 na mieste desiatok...atď.).
Čiže máme 2 možnosti umiestnenia jednotiek, 2 možnosti umiestnenia desiatok, tiež 2 na mieste stoviek a aj na mieste tisícok. Takže spolu máme 2.2.2.2=16 rôznych možností súčtov štvorciferných čísel aby platili dané podmienky.

Nemôžeme povedať presne aké čísla mal ale musia tam byť tieto cifry.
Áno Sára môže mať rôzne čísla a rovnaké výsledky.

Tímea Gertler
Sekunda
Gymnázium J. Papánka
Príklad č.5

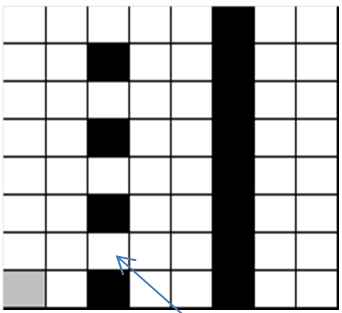
Máme štvorec 8x8.
2 nepriateľské figúrky, 1 naša cieľ

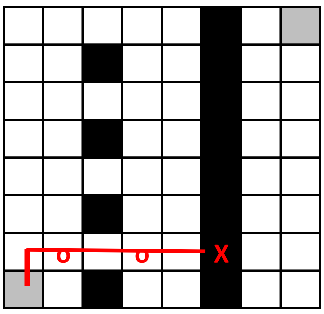


Pohybovanie sa nepriateľskej figúrky

Keďže nepriateľská figúrka jazdí po stĺpci C a F iba po každom druhom ťahu našej figúrky, musíme prebehnúť stĺpce C a F tak, že na stĺpci C a F bude naša figúrka stáť na nepárny ťah.

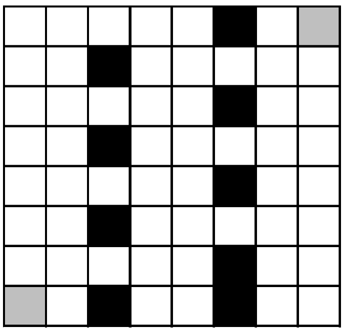
Teraz ideme zistiť na akých miestach vieme prejsť cez C a F stĺpec tak aby sa „našej“ figúrke nič nestalo:





Tu môže prejsť bez toho aby sa jej niečo stalo

Na druhom stĺpčeku nemôže prejsť „naša“ figúrka rovno v tom istom riadku, lebo to je párny ťah.
Tak môžeme prejsť o jeden riadok vyššie (nižšie nemôže ísť lebo dole figúrka podľa zadania nesmie ísť) a samozrejme o každý druhý riadok.



Teraz ideme vypočítať koľkými spôsobmi sa môžeme dostať do cieľa:

	A	B	C	D	E	F	G	H
8		o	---	o				
7					o	---	o	
6		o	---	o				
5					o	---	o	
4		o	---	o				
3					o	---	o	
2		o	---	o				
1								

Aby sme zistili počet možností celkom musíme si rozdeliť cestu na tri časti:

1. Medzi stĺpcom A a B
2. Medzi stĺpcom D a E
3. Medzi stĺpcom G a H

1. Začíname v bode A1 a musíme sa dostať do bodu B2 alebo B4, B6 alebo B8.
   Z bodu A1 do bodu B2 sú dve možnosti ako sa tam dostať, do bodu B4 sú 4, do bodu B6 je 6 a do bodu B8 8 je možností- do bodu B8 však ísť nemôžeme lebo keby pokračujeme v riadku 8 na stĺpci F nás zrazí nepriateľská figúrka (vyššie sa ísť nedá, nižšie zas nepovoľujú pravidlá)

	A	B	C	D	E	F	G	H
8		8	---	8				
7					o	---	o	
6		6	---	6				
5					o	---	o	
4		4	---	4				
3					o	---	o	
2		2	---	2				
1								

2. Pokračujeme v ceste zo stĺpca D:
   Presne tak ako v predošlom kroku, musím sa posunúť o jeden stĺpec do prava a o jeden, tri alebo päť riadkov vyššie, čiže cestu medzi stĺpcami D a E urobím na dva štyri alebo šesť ťahov (tj. napríklad z D4 do E7, t.j. o jeden doprava tri hore existujú 4 možnosti).

3. Pokračujeme v ceste medzi stĺpcom G a H:
   Tak isto ako v predošlom kroku sa potrebujem dostať o jeden doprava a jeden, tri alebo päť riadkov vyššie na políčko H8 (t.j. napríklad z G3 do H8 to bude 6 možností).

Teraz potrebujem kombinácie celej cesty poskladať.

Skladať budeme podľa toho ako sme sa dostali do bodov G7, G5 a G3.

- Do bodu G3 sme sa mohli dostať iba dvoma možnosťami medzi A1 a B2, potom dvoma možnosťami z D2 do E3. Nakoniec z G3 do cieľa v H8 je 6 možností. Teda 2.2.6=**24**

- Do bodu G5 sme sa mohli dostať
  - cez body B2, D2, E5: t.j. 2 možnosti do B2, 4 možnosti z D2 do E5
  - alebo cez B4, D4, E5: t.j 4 možnosti do B4 a 2 možnosti z D4 do E5

  To je spolu (2.4+4.2).4 (4 možnosti z G5 do H8) = 64

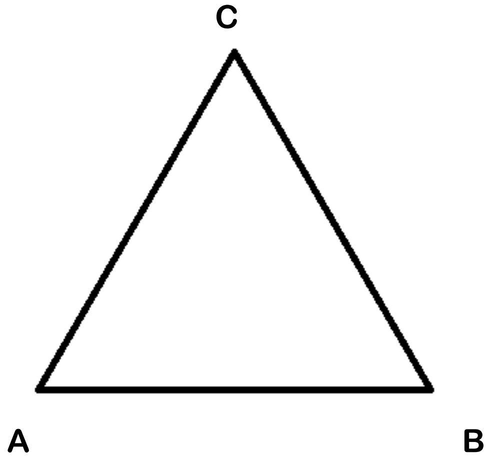
- Do bodu G7 sme sa mohli dostať
  - cez body B2, D2, E7: t.j. 2 možnosti do B2, 6 možnosti z D2 do E7
  - cez body B4, D4, E7: t.j. 4 možnosti do B4, 4 možnosti z D4 do E7
  - alebo cez B6, D6, E7: t.j. 6 možnosti do B6 a 2 možnosti z D6 do E7

  To je spolu (2.6+4.4+6.2).2 (2 možnosti z G7 do H8) = 80

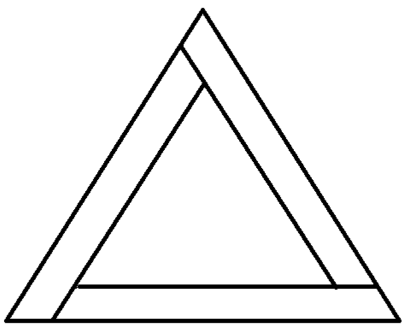
Spolu ich je celkovo 24 + 64 +80 = **168 možností ako sa náš figúrka môže dostať z A1 do H8 bez toho aby ho nepriateľské figúrky zrazili.**

Tímea Gertler
Sekunda
Gymnázium J. Papánka
Príklad č.6

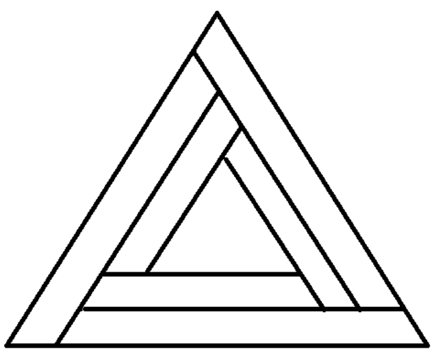
Máme trojuholník ABC



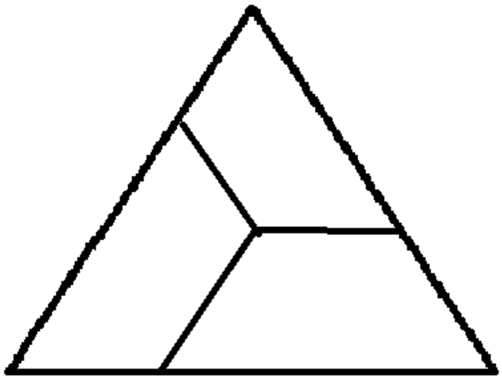
Ideme ho deliť na lichobežníky:



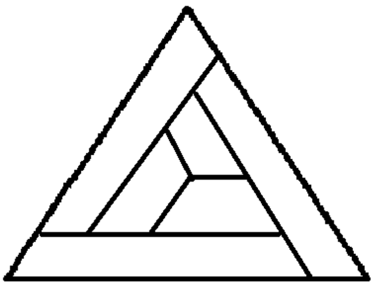
Zistila som, že keď máme hocijaký trojuholník a budeme ho deliť na lichobežníky stále nám ostane trojuholník v strede, môžeme ho teda deliť do nekonečna. V takomto prípade, ale bude vždy počet lichobežníkov deliteľný troma.



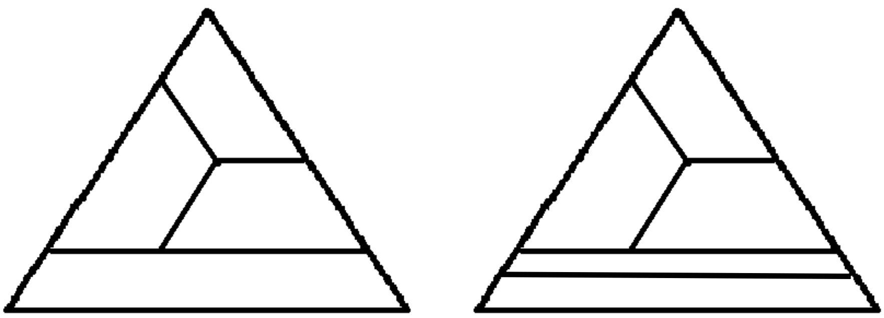
Zistila som, že existuje taký trojuholník, ktorý nebudeme deliť na lichobežníky do nekonečna.



Rovnostranný trojuholník sa dá rozdeliť na lichobežníky.
A v kombinácii s predchádzajúcim delením trojuholníka vidíme, že vieme rozdeliť takýto trojuholník na 6, 9, 12 či akýkoľvek počet lichobežníkov, ktorý je násobkom 3.



Prišla som ale ešte na jeden spôsob ako deliť rovnostranný trojuholník na lichobežníky tak, aby ich počet nebol deliteľný 3:



Teda takto máme rovnostranný trojuholník rozdelený na 4, 5 či ľubovoľný počet lichobežníkov.

Tým pádom trojuholník (len rovnostranný) sa dá rozdeliť na nekonečne veľa lichobežníkov. Hocijaký trojuholník však nevieme rozdeliť na lichobežníky.

Tímea Gertler
Sekunda
Gymnázium J. Papánka
Príklad č.7

Najprv musím zistiť koľko kombinácii 5 kľúčov z 10 truhlíc existuje.
budem to riešiť pomocou Pascalovho trojuholníka.

Keby mám 3 pokladne a 2 kľúče tak máme 3 možnosti na výber kľúču (1-2,1-3,2-3), ide teda o princíp Pascalovho trojuholníku. V našom prípade ide o kombináciu 5 kľúčov do 10 pokladníc. Teda v Pascalovom trojuholníku budem hľadať 10. riadok 5. Číslo (nerátajú sa jednotky na okrajoch). Teda máme 252 možností ako vybrať 5 kľúčov z 10 pokladníc.
Keďže nemôžu dvaja strážnici odomknúť spolu všetkých 10 truhlíc, tým pádom je to každá druhá možnosť, a teda musíme vydeliť 252:2=126

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Je 126 možností ako môžu mať strážnici kľúče od jednotlivých truhlíc.

Tímea Gertler
Sekunda
Gymnázium J. Papánka
Prémia

Začnem vždy s dvoma malými a troma veľkými číslami. To mi dáva šancu na troch vysokých zvíťaziť a na dvoch môžem prehrať. Ale celovo kolo zvíťaziť. Malé čísla nikdy nebudú nuly, lebo s nulou sa vyhrať nedá. Ak sa trafím, že súper tiež dá na moje miesto s malým počtom kvapiek málo kvapiek, moja šanca aj na tomto vyhrať bude väčšia ak dám 5 alebo 6.

Ďalších kolách je moja stratégia prekvapovať súpera, a to či prehrám, alebo vyhrám. Veľké čísla stále premiestňujem na iné miesta. Pretože ak vyhrám, tak súper ma bude chcieť v ďalšom kole prekvapiť na slabých miestach, ale tam už bude v ďalšom kole úplne iná situácia. Ak prehrám, tiež sa súper bude chcieť pripraviť na moje zmeny, takže tiež ho musím prekvapiť.

Moja víťazná stratégia teda bude jednoduchá. Budem premiestňovať vysoké a nízke počty kvapiek medzi kolami do iných nádobiek. A počty mojich kvapiek v nádobkách budú vždy o jedno väčšie ako okrúhle číslo: napríklad 6, 26, 31.

1.kolo		6	31	26	31	6
2.kolo	*ak vyhrám 1.kolo*	31	6	31	6	26
	ak prehrám 1.kolo	a v tejto nádobke v 1.kole prehrám tak 31, inak 21	ak mám v tomto kole v nádobke 3 a 5 po 6 kvapiek, tak sem dám 36, inak sem dám 6	a tu prehrám v 1.kole o viac ako 5 tak 6, inak 31	zvyšok do 100	a v tejto nádobke prehrám v 1.kole tak 31, inak 6
3.kolo		a mala som tu v 2.kole 31, tak 6, inak 31	31	a mala som tu v 2.kole 6, tak 31, inak 6	zvyšok do 100	a mala som tu v 2.kole 31, tak 6, inak 31

Aby $A \cdot C = C$ musí byť buď $A=1$ alebo $C=1$ alebo $C=0$. $A \neq 0$ lebo číslo nemôže začínať nulou. $C=0$ nevyhovuje lebo by $B \cdot A \cdot C = 0$ a to by sa nerovnalo číslu AC. Skúsim $C=1$ pre rôzne A:

A	AC	vyhovuje $B \cdot A \cdot C = AC$?	
1	11	$B=11$	nie
2	21	$B \cdot 2=21$	–"–
3	31	$B \cdot 3=31$	–"–
4	41	$B \cdot 4=41$	–"–
5	51	$B \cdot 5=51$	–"–
6	61	$B \cdot 6=61$	–"–
7	71	$B \cdot 7=71$	–"–
8	81	$B \cdot 8=81$	–"–
9	91	$B \cdot 9=91$	–"–
0	01	$B \cdot 0=01$	–"–

Skúsim preto možnosť $A=1$ pre rôzne C:

C	AC	vyhovuje $B \cdot A \cdot C = AC$?		B=?
1	11	$B=11$	nie	–
2	12	$B \cdot 2=12$	áno	6
3	13	$B \cdot 3=13$	nie	–
4	14	$B \cdot 4=14$	nie	–
5	15	$B \cdot 5=15$	áno	3
6	16	$B \cdot 6=16$	nie	–
7	17	$B \cdot 7=17$	nie	–
8	18	$B \cdot 8=18$	nie	–
9	19	$B \cdot 9=19$	nie	–
0	10	$B \cdot 0=10$	nie	–

Možnosť $B=6$ nevyhovuje lebo má byť $A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D = $ $= BAC$ čiže $1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot D = 72 \cdot D$ sa má rovnať 612, ale 612 nie je deliteľné 72 bezo zvyšku.

Možnosť $B=3$ vyhovuje, lebo $A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D = 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot D =$
$= 45 \cdot D$, a ak zvolím $D=7$ vyjde 315 čo je presne číslo
BAC.
Číslo $A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D$ je v skutočnosti práve 13357.

Ak tam je 4, tak skupina obsahuje práve toto číslo 4. Ak by tam 4 nebola, tak tam musia byť menšie čísla než 4, lebo ak by najmenšia číslica bola 5, tak už $8 \times 5 = 40$, čo je viac ako celkový súčet 20. Ak by tam bola 3 ($3 < 4$), muselo by tam byť aj číslo menšie ako 3 lebo $3 . 8 = 24$ a to je viac ako 20. Preto by tam s 3 mohla byť 2 alebo 1. Keby to bola 1, tak spolu s 3 dávajú 4.
Ak by to bola 3 a 2 tak medzi zvyšnými dvoma číslami musí byť 2 alebo 1, lebo $3 \times 6 + 3 + 2 = 23$. Ak by to bola 2 čize čísla 3, 2, 2, potom $2 + 2$ dáva 4. Ak by to bola 1 čize sú tam 3, 2, 1, tak $3 + 1$ dáva 4.
Vždy sú tam preto čísla, ktorých súčet je 4 alebo je tam priamo číslo 4.

Vypíšem si číslice, ktoré aj po otočení ostane číslica: 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 0

Skúsila som si čísla napr. 1122 a 5566, napadlo ma to tak lebo 8 sa dá rozdeliť napr. na 2+6 a 6 sa dá rozložiť na 5+1. 1122+5566=6688 čo sedí ale keď sa otočia to je 2211+9955 = 12166 a to je veľa, na mieste tisícok by mala byť 1 a preto nemôže na mieste stoviek prísť k prechodu cez desiatku. Tak si vypíšem 2 číslice, ktoré po otočení dávajú súčet 8: 8,0; 6,2; 4,4. Tak skúsim 9855+2011= =11866 namiesto podčiarknutej 6 má byť 9 pre ktorú vyhovujú iba tieto dvojice: 5+4=9, 8+1=9, 9+0=9 a tieto dvojice po otočení sú: 5+4=9, 8+1=9, 6+0=6 a preto vyhovuje iba 6+0=6. Takže 1. možnosť je:

$$\begin{array}{r} 9895 \\ \underline{2001} \\ 11896 \end{array} \quad \text{a pred otočením} \quad \begin{array}{r} 5686 \\ \underline{1002} \\ 6688 \end{array}$$

2. možnosť je taká istá ibaže 8 dám do 2. čísla:

$$\begin{array}{r} 9095 \\ \underline{2801} \\ 11896 \end{array} \quad \text{a pred otočením} \quad \begin{array}{r} 5606 \\ \underline{1082} \\ 6688 \end{array}$$

3. možnosť je taká istá ibaže na mieste stoviek budú číslice 4 a 4:

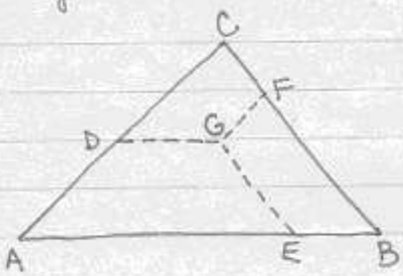
$$\begin{array}{r} 9425 \\ \underline{2401} \\ 11896 \end{array} \quad \text{a pred otočením} \quad \begin{array}{r} 5646 \\ \underline{1042} \\ 6688 \end{array}$$

Na 4. možnosť som prišla skúšaním:

$$\begin{array}{r} 1642 \\ \underline{5046} \\ 6688 \end{array} \quad \text{a po otočení} \quad \begin{array}{r} 2491 \\ \underline{9405} \\ 11896 \end{array}$$

Našla som 4 možnosti a to by mali byť všetky:
5686, 1002; 5606, 1082; 5646, 1042; 1642, 5046.

Ak urobím priamku rovnobežnú s jednou stranou trojuholníka, ktorá pretína ostatné 2 strany trojuhol- trojuholníka vznikne lichobežník a menší troju- holník. Menší trojuholník môžem zase rozdeliť rovnakým spôsobom na ďalší lichobežník a ešte menší trojuholník, takže môžem mať N lichobež- níkov kde N je menšie alebo rovné 1 a jeden trojuholník. Trojuholník sa dá bez vrchu rozdeliť na najmenej 3 lichobežníky. A to tak ako je na obrázku:



DG je rovnobežné s AB
EG —— || —— BC
FG —— || —— AC

Preto sa dá trojuholník rozdeliť na na minimálne 3 lichobežníky a potom ďalej na 4,5,6,... atď.

Jakub Krivošík
5.A
ZŠ Miloslavov
príklad č.: 1
strana: 1/2

Zo zadania ~~x~~ vyplýva: Ignácova taška < Vikina taška ~~<~~ Jankina taška
Porovnám Ignácovu a Vikinu tašku:

Ignácova taška < Vikina taška
2 jablká 1 hruška < 2 pomaranče 1 hruška   /– 1 hruška z oboch tašiek
2 jablká < 2 pomaranče   (môžem to ~~x~~ spraviť, lebo vážia rovnako)
1 jablko < 1 pomaranč

Porovnám ~~x~~ Jankinu a Vikinu tašku:

Jankina taška > Vikina taška
2 hrušky 1 jablko > 2 pomaranče 1 hruška   /– 1 hruška z oboch tašiek
1 hruška 1 jablko > 2 pomaranče

Kedže jablko je ľahšie ako pomaranč, tak hruška musí byť o dosť ťažšia ako pomaranč aby platila nerovnosť.
Váhy ovocia: hruška > pomaranč > jablko

Jakub Hrinovčík
5.A
ZŠ Miloslavov
príklad č.: 1
strana: 2/2

Teraz porovnám Miškinu tašku (1 jablko, 1 pomaranč, 1 hrušku) s taškami jej kamarátov:

Miškina taška — Ignácova taška
1 jablko, 1 pomaranč, 1 hruška — 2 jablká 1 hruška — / − 1 jablk, 1 hruška z oboch tašiek
1 pomaranč — 1 jablko

Keďže 1 pomaranč > 1 jablko, tak Miškina taška bude ťažšia ako Ignácová.

Miškina taška — Vikina taška
1 jablko, 1 pomaranč, 1 hruška — 2 pomaranče, 1 hruška — / − 1 pomaranč, − 1 hruška z oboch tašiek
1 jablko — 1 pomaranč

Keďže 1 jablko ~~<~~ 1 pomaranč, tak Miškina taška bude ľahšia ako Vikina taška. Keďže Miškina taška bude ľahšia ako Vikina, tak bude ľahšia aj ako Jankina taška, lebo Jankina taška je ťažšia ako Vikina.

<u>Odpoveď:</u> Miška má ťažšiu tašku ako ~~Ignác~~ Ignác ale ľahšiu ako Viki, Janka.

Jakub Krivošík
5.A
ZŠ Miloslavov
príklad č.: 2
strana: 1/2

A, B, C ani D nemôže byť nula, lebo by sa po vynásobení nerovnali danému číslu ale nule. Ďalej budem uvažovať $A, B, C, D \neq 0$

Musí platiť: $A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D = BAC$

$B \cdot A \cdot C = CA$

$C \cdot A = C$

$A \cdot C = C$ to je len vtedy, keď $A = 1$. Za C budem postupne dosadzovať číslice 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. B, C, D nemôže byť 1 lebo už $A = 1$.

$C = 2$: $B \cdot A \cdot C = AC$

$B \cdot 1 \cdot 2 = 12$

$B = 6$

$A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D = BAC$

$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot D = 612$

$D = 8{,}5$ → to nie je celé číslo

$C = 3$: $B \cdot A \cdot C = AC$

$B \cdot 1 \cdot 3 = 13$

$B = 4{,}\overline{3}$ → to nie je celé číslo

$C = 4$: $B \cdot A \cdot C = AC$

$B \cdot 1 \cdot 4 = 14$

$B = 3{,}5$ → to nie je celé číslo

Jakub Krivošík
5.A
ZŠ Miloslavov
príklad č.: 2
strana 2/2

$C = 5$:

$B \cdot A \cdot C = AC$
$B \cdot 1 \cdot 5 = 15$
$B = 3$

$A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D = BAC$
$1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot D = 315$
$D = 7$

Táto možnosť vyhovuje zadaniu: $A = 1, B = 3, C = 5, D = 7$
13357

$C = 6$:

$B \cdot A \cdot C = AC$
$B \cdot 1 \cdot 6 = 16$
$B = 2,\overline{6}$ → to nie je celé číslo

$C = 7$:

$B \cdot A \cdot C = AC$
$B \cdot 1 \cdot 7 = 17$
$B \doteq 2,43$ → to nie je celé číslo

$C = 8$:

$B \cdot A \cdot C = AC$
$B \cdot 1 \cdot 8 = 18$
$B = 2,25$ → to nie je celé číslo

$C = 9$:

$B \cdot A \cdot C = AC$
$B \cdot 1 \cdot 9 = 19$
$B = 2,\overline{1}$ → to nie je celé číslo

Odpoveď: $ABBCD = 13357$

Jakub Hrivošík
5.A
ZŠ Miloslavov
príklad č.: 4
strana: 1/2

Číslice, ktoré mohol Kelvin použiť: 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9 (po otočení: 0, 1, 2, 5, 9, 8, 6).

Označím si Kelvinove čísla ABCD, EFGH

Príklad pred otočením:
$$\begin{array}{r} ABCD \\ EFGH \\ \hline 6688 \end{array}$$
Po otočení:
$$\begin{array}{r} HGFE \\ DCBA \\ \hline 11896 \end{array}$$

A, E, D, H musia byť rôzne od nuly, lebo žiadne štvorciferné číslo nezačína nulou.

po otočení: $E+A=6$
normálne: $A+E=6$
Keďže $E, A \neq 0$, tak môže byť $E=1$ a $A=5$ alebo $E=5$ a $A=1$. Nevzniká mi prechod.

Teoreticky by $E+A$ mohlo byť 16 ($E+A=8+8=16$) ale potom by v normálnom príklade $A+E$ muselo byť tiež 16 a to tak nie je.

Normálne: $B+F=6$
po otočení: $F+B=9$
– Musí to byť bez prechodu, lebo by sa 1 pripočítavala k $A+E$ a nevychádzalo by to.
Sú len 2 normálne možnosti $B=0$ a $F=6$ alebo $B=6$ a $F=0$ (po otočení $B=0$ a $F=9$ alebo $B=9$ a $F=0$). nikde mi nevzniká prechod.

normálne: $C+G=8$
po otočení: $G+C=8$
– Musí to byť bez prechodu, lebo by sa 1 pripočítavala k $B+F$ a nevychádzalo by to.
Sú len 2 normálne možnosti: $C=0$ a $G=8$ alebo $C=8$ a $G=0$. Nevzniká mi prechod

normálne: $D+H=8$
po otočení: $H+D=11$
Keďže $D, H \neq 0$ a z predchádzajúceho nemám prechod, tak sú len 2 normálne možnosti: $D=2$ a $H=6$ alebo $D=6$ a $H=2$
(po otočení $D=2$ a $H=9$ alebo $D=9$ a $H=2$)

Jakub Krivošík
5.A
ZŠ Miloslavov
príklad č.: 4
strana: 2/2

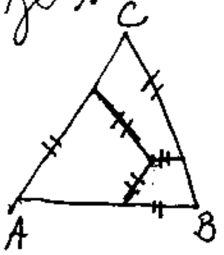
Možnosti na dvojice pôvodných čísel (čísla v dvojici môžu byť vymenené):

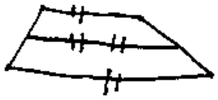
1002 a 5686
1006 a 5682
1082 a 5606
1086 a 5602
1602 a 5086
1606 a 5082
1682 a 5006
1686 a 5002

Odpoveď: Na papieri mohol mať napísanú ľubovoľnú dvojicu uvedenú vyššie.
Sára mohla mať napísanú inú dvojicu čísel.
Je 8 možností na dvojice čísel.

Jakub Hrivošík
5.A
ZŠ Moldava
príklad č.: 6

Najmenší počet lichobežníkov, na ktorý viem rozdeliť trojuholník, je 3.



Každý lichobežník viem rozdeliť na polovicu,  čím mi z jedného lichobežníka vzniknú 2. Ten menší lichobežník viem znova rozdeliť na 2. Takto to môžem rozdelovať donekonečna, lebo na bočnej strane lichobežníka je nekonečne veľa bodov cez ktoré môžu prechádzať rovnobežky. Trojuholník viem rozdeliť minimálne na 3 lichobežníky. Keď 1 z tých 3 lichobežníkov rozdelím, budem mať trojuholník rozdelený na 4 lichobežníky. Zase keď jeden z nich rozdelím budem mať trojuholník rozdelený na 5 lichobežníkov a tak ďalej.

Odpoveď: Trojuholník viem rozdeliť na 3, 4, 5, 6, ..., ∞ lichobežníkov.

Jakub Kurošík
5. A
ZŠ Miloslavov
príklad č.: 7

Zámky si očíslujem od 1 po 10. Ak vyberiem pätícu rôznych čísel, tak to bude predstavovať zväzok 5 rôznych kľúčov pre 1 strážnika. Teraz zistím, koľko rôznych pätíc môžem vytvoriť z desiatich čísel. Nezáleží na tom v akom poradí čísla vyberám, lebo stále to bude ten istý zväzok kľúčov. Takže zisťujem kombinácie 5 prvkov z 10.

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!.5!} = 252$$

Mám 252 rôznych pätíc - zväzkov kľúčov.

Pre každú pätícu existuje doplnková pätica, taká že budem mať všetkých 10 čísel. Teraz si všetkých 252 pätíc rozdelím do dvojíc tak že v každej dvojici budú navzájom doplnkové dvojice teda v každej dvojici bude všetkých 10 čísel.

Z každej dvojice musím jednu pätícu zrušiť, inak by som mal 2 zväzky kľúčov, ktorými by som otvoril všetkých 10 zámkov (to nemôže byť).

Pri rušení pätíc si dám pozor iba na to, aby mi na konci ostali kľúče z každého druhu, teda od 1 po 10. Ostalo mi 252 : 2 = 126 pätíc - zväzkov kľúčov pre 126 strážnikov.

Pre 42 zámkov a 21 kľúčov postupujem podobne.

$$\binom{42}{21} \frac{42!}{21!.21!} = 538257874440$$

$$538257874440 : 2 = 269128937220$$

Odpoveď: 1 V izbe môže byť 126 strážnikov.
2 V druhom prípade 269128937220 strážnikov.

Saša Filová
5.B
ZŠ A.Dubčeka
Príklad č.1

Keď že Ignác má najlahšiu tašku tak od tiaľ vidím že:
2 jablká + 1 hruška < 2 pomaranče + 1 hruška, a preto jablko je lahšie ako pomaranč
2 jablká + 1 hruška < 2 hrušky + 1 jablko, a preto je jablko lahšie ako hruška
2 jablká + 1 hruška < 1 jablko + 1 pomaranč + 1 hruška, a preto jablko lahsie ako hruska (ale to uz viem z predchadzajucej nerovnice)

Keď že Janka má najťašiu tašku tak od tiaľ vidíme že:
2 hrušky + 1 jablko > 2 pomaranče + 1 hruška
2 hrušky + 1 jablko > 1 jablko + 1 pomaranč + 1 hruška, a preto hruška > pomaranč

Z toho vidím že usporiadanie hmotnosti ovocia je: jablko < pomaranč < hruška

Teraz už môžem určiť aké je usporiadanie tašiek.
Ignácova taška < Miškina taška, lebo je jablko < pomaranč
Vikinina taška > Miškina taška, lebo je pomaranč > jablko
Jankina taška > Miškina taška, lebo je hruška > pomaranč
Miška má teda druhú najlahšiu tašku.

Saša Filová
5.B
ZŠ A.Dubčeka
Príklad č.2

Zo zadania viem že:
A.B.B.C.D=BAC=100B+10A+C
B.A.C=AC=10A+C
A.C=C
Z posledného riadku vidím že A musí byť 1 lebo keď ho vynásobím C dostanem zas C.
Ešte by to platilo aj keby C bola 0, ale potom by všetky súčiny z zadaní boli nuly. Teda budem brať len možnosť, že C nie je 0.

Pretože A je rovné 1 tak z 2.rovnosti mám 10+C=B.C, teda súčin B.C môže byť medzi 11 a 19
Teraz si rozoberiem všetky možnosti ktoré môžu nastať, aby toto platilo
Ak C=2 tak potom B môže byť 6,7,8,9
Ak C=3 tak potom B môže byť 4,5,6
Ak C=4 tak potom B môže byť 3,4
Ak C=5 tak potom B môže byť 3
Ak C=6 tak potom B môže byť 2,3
Ak C=7 tak potom B môže byť 2

Z 1.rovnosti mám:
B.B.C.D=100B+10+C a toto si upravím:
B.B.C.D=100B+B.C lebo 10+C=B.C
B.C.D=100+C lebo to cele môžem vydeliť B
C(B.D-1)=100
V poslednom riadku môžem súčin 100 dostať tymito spôsobmi:
2.50 a preto B.D=51=3.17
4.25 a preto B.D=26=2.13
5.20 a preto B.D=21=3.7
1ciferné D mám iba v poslednom prípade a teda vidím že C=5, B=3 a D=7
B a D nemôžu byť naopak lebo podľa 2.rovnosti musí byť 15=B.5

Výsledné číslo teda je 13 357.

Saša Filová
5.B
ZŠ A.Dubčeka
Príklad č.3

Súčet 4 môžem dostať týmito spôsobmi: 1+1+1+1, ,2+1+1, ,2+2, ,3+1, 4
Skúsim to naopak, či viem vybrať 8 čísiel zo súčtom 20, aby v nich nebola skupina zo súčtom 4.
Určite teda viem že tam nemôžem mať číslo 4.

1. Ak by som v tých 8 číslach mala tri jednotky, najmenšie ďalšie číslo aby sa nedal vybrať súčet 4, je 5. Ale potom by najmenší možný súčet bol 1+1+1+5+5+5+5+5=28 a to je viac ako 20.

2. Ak by boli najmenšie čísla 1 a 2 tak tretie najmenšie musí byť opäť 5. Najmenší súčet teda je 1+2+5+5+5+5+5+5=33 a to je viac ako 20.

3. Ak by boli najmenšie čísla 2 a 3 tak môžem zvyšných 6 doplniť trojkami a celkový súčet by bol 7.3+2=23 a to je viac ako 20.

4. Ak by boli najmenšie čísla 1,1 a 5 tak môžem zvyšných 6 doplniť päťkami a celkový súčet by bol 2.1+5.6=32 a to je viac ako 20.

5. Ak by boli najmenšie čísla 1 a 5 tak môžem zvyšných 7 doplniť päťkami a celkový súčet by bol 1.1+7.5=36 a to je viac ako 20.

Neviem teda nijak nájsť takých 8 čísel, aby v nich neboli také zo súčtom 4 a aby súčet všetkých nebol väčší ako20.

Saša Filová
5.B
ZŠ A.Dubčeka
Príklad č.4

Ako digitálne čísla aj po otočení dávajú zmysel čísla: 0,1,2,5,6,8,9. Nulu však nemôžme dávať ako prvú cifru ani ako poslednú lebo po otočení by číslo nebolo štvorciferné.

Číslo
6-tu môžem dosiahnuť číslo 6 súčtom čísiel 5 a 1.
6-tu môžem dosiahnuť číslo 6 súčtom čísiel 5 a 1, ale aj 0 a 6.
8-tu môžem dosiahnuť číslo 8 súčtom čísiel 2 a 6, ale aj 0 a 8.
8-tu môžem dosiahnuť číslo 8 súčtom čísiel 2 a 6.

Potom som začala skúšať jak by to išlo a nešlo spraviť.
Neúspešné pokusy:
2 605 Potom obrátene by príklad vyzeral takto: 1 626
9 291 5 092
11 896 6 718 Malo by výjsť 6 688 takže je to zle.

2 685 Potom obrátene by vyzeral príklad takto: 1 126
9 211 5 892
11 896 7 018 Malo by výjsť 6 688 takže je to tiež zle.

2 885 Potom obrátene by vyzeral príklad takto: 1 106
9 011 5 882
11 896 6 988 Malo by výjsť 6 688 takže je to tiež zle.

Úspešné pokusy teda správne riešenia:
2 805 Potom obrátene by vyzral príklad takto: 1 606
9 091 5 082
11 896 6 688 Je to 6 688 takže je to dobre.

Potom stačí iba povymieňať cifry a stále to bude dobre. Aj keby že pri tých zlých príkladoch vymeniíme cifry vkuse to bude zle. Lebo napríklad 6+2=8 a 2+6 je tak isto 8. Vlastne preto lebo keď sčítavame, a vymeníme čísla máme taký istý výsledok. Takže Kevin mohol mať príklady:

1 606	1 682
5 082	5 006
6 688	6 688

1 602	1 086
5 086	5 602
6 688	6 688

1 686	1 082
5 002	5 606
6 688	6 688

1 006	1 002
5 682	5 686
6 688	6 688

Samozrejme že Kevin aj Sára mohli mať čísla v opačnom poradí.
Sára mohla mať teda aj iné čísla na papieri a zároveň mať rovnaký výsledok.

Saša Filová
5.B
ZŠ A.Dubčeka
Príklad č.5

Pri každom párnom kroku nemôžem byť v stĺpci C a F aby ma protihráč nevyhodil. Začnem to riešiť tak že najskôr si nakreslím tabuľku. Prečiarknuté políčka sú tie na ktoré nemôžem ísť lebo potom ma protihráč vyhodí keď že tade chodí hore dole alebo preto lebo keď tam pôjdem tak sa už z tade nedá dostať tak aby ma protihráč nevyhodil. Políčka kde je 1 sú tie z ktorých sa viem pohnúť na 1 políčko. Preto na 1 lebo nemôžem ísť cez prečiarknuté políčko aby ma protihráč nevyhodil. Políčka s 2 sú tie z ktorých sa viem pohnúť na 2 políčka.

	A	B	C	D	E	F	G	H
8	/	/	/	/	/	/	1	Cieľ
7	/	/	/	1	1	1	2	1
6	1	1	1	2	1	/	2	1
5	2	1	/	2	2	1	2	1
4	2	2	1	2	1	/	2	1
3	2	1	/	2	2	1	2	1
2	2	2	1	2	1	/	/	/
1	Štart 2	1	/	/	/	/	/	/

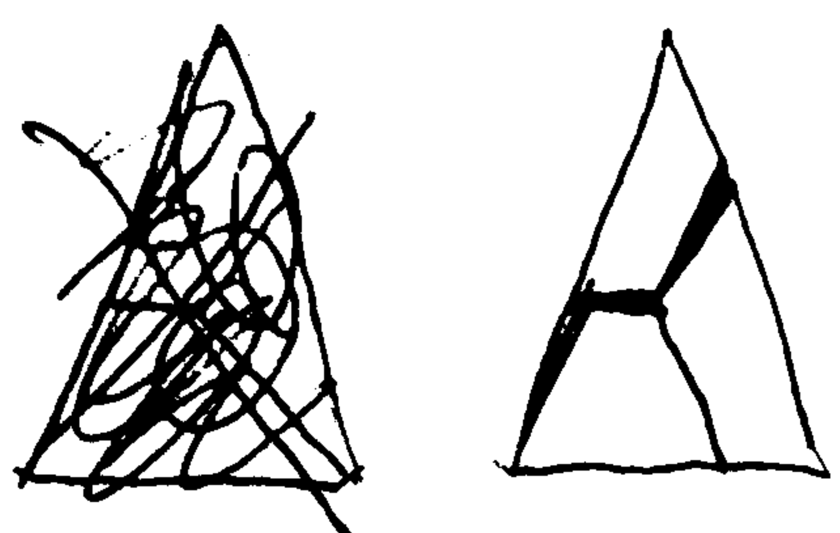
Koľkými spôsobmi sa viem dostať do cieľa? Takže som si spravila tabuľku, koľko možností je dostať sa z daného políčka do cieľa. Z políčka G8 alebo H7 je len 1 cesta do cieľa. Z políčka G7 sú 2 cesty. V predchádzajúcej tabuľke keď bola napísaná 1 tak som sa vedela dostať ďalej len na 1 políčko a z toho vyplýva pre túto tabuľku že tam dám to isté číslo čo je vpravo alebo nad ním. Napríklad z D7 na E7 sa dá dostať len 1 spôsobom takže sa mi počet možností nezvyšuje. Čiže v 2.tabuľke na políčku D7 bude to isté číslo ako na E7. Keď je v tabuľke 1 dvojka znamená to že môžem ísť z políčka hore aj vpravo, a teda počet ciest z daného políčka je súčet nasledujúcich políčok. Napríklad z políčka A3, je toľko ciest čo z A4 a B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H
8	/	/	/	/	/	/	1	Cieľ
7	/	/	/	2	2	2	2	1
6	4	4	4	4	2	/	3	1
5	8	4	/	10	6	4	4	1
4	28	20	16	16	6	/	5	1

3	48	20	/	28	12	6	6	1
2	108	60	40	40	12	/	/	/
1	168	60	/	/	/	/	/	/

Čiže z políčka A1 sa dá dostať ku cieľu 168 spôsobmi.

Saša Fílová
5.B
ZŠ A. Dubčeka
Príklad č. 6



MINIMÁLNY POČET LICHOBEŽNÍKOV JE 3.
DO ĽUBOVOĽNÉHO LICHOBEŽNÍKA MÔŽEM
PRIDAŤ ČIARU A BUDEM MAŤ ĎALŠIE 2 LICHOBEŽNÍKY.
TAKTO TO ROZDELÍM:  TEDA TÝMTO SPÔSOBOM VIEM
SPRAVIŤ 3 až ∞ LICHOBEŽNÍKOV. NA 1 LICHOBEŽNÍK
TO NEJDE PRETO ROZDELIŤ, LEBO JE TO TROJUHOLNÍK A
NIE LICHOBEŽNÍK. NA 2 LICHOBEŽNÍKY PRETO LEBO
2 LICHOBEŽNÍKY MÔŽEM PRILOŽIŤ TÝMITO SPÔSOBMI:

TAKŽE TROJUHOLNÍK NEVIEM ROZDELIŤ NA 2 LICHOBEŽNÍKY.

Saša Filová
5.B
ZŠ A.Dubčeka
Prémia

Prémia: Ako hráč som takto kvapkala farby.

	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
1. kolo	1	33	1	32	33
2. kolo	33	1	33	O 1 viac ako sem kvapol súper v minulom kole	Zvyšok do 100
3. kolo	O 1 viac ako sem kvapol súper v minulom kole	32	1	33	Zvyšok do 100

Radoslav Čársky
Príma A
Gymnázium Metodova 2, Bratislava
Príklad č. 2

Kedže $A \cdot C = C$ teda $A = C : C$ sa $A = 1$.

Z. a C postupne dosadzujem čísla od 1 po 9 a kedže $B \cdot A \cdot C = \overline{AC}$ potom $B = \overline{AC} : (A \cdot C)$ a zisťujem ktoré C vyhovuje aby bolo B celé číslo. To mi vyjde až keď za C dosadím 5 alebo 2, teda $B = 15 : (1 \cdot 5) = 3$, resp. $B = 12 : (1 \cdot 2) = 6$. Teraz zisťujem či pri použití týchto čísel mi vyjde D ktoré je celé číslo

$A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D = \overline{BAC}$

$D = \overline{BAC} : (A \cdot B \cdot B \cdot C)$, pri $C = 5$ $D = 315 : (1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5)$ čiže $D = 7$, pri $C = 2$ $D = 612 : (1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2)$ čiže $D = 8{,}5$ čo nieje celé číslo takže táto možnosť neplatí. Takže vyhovuje len možnosť $C = 5$ $B = 3$ a $D = 7$. Takže číslo $\overline{ABBCD} = 13357$.

Radoslav Čársky
Príma A
Gymnázium Metodova 2, Bratislava
Príklad č. 3

Vypísal som si všetky možnosti ôsmych prirodzených čísel ktoré dávajú súčet 20. V každej som vyznačil množiny čísel ktorá má súčet 4 šedou farbou.

1	13	1	1	1	1	1	1	1
2	12	2	1	1	1	1	1	1
3	11	2	2	1	1	1	1	1
4	11	3	1	1	1	1	1	1
5	10	4	1	1	1	1	1	1
6	10	2	2	2	1	1	1	1
7	10	3	2	1	1	1	1	1
8	9	2	2	2	2	1	1	1
9	9	5	1	1	1	1	1	1
10	9	4	2	1	1	1	1	1
11	9	3	3	1	1	1	1	1
12	9	3	2	2	1	1	1	1

Radoslav Čársky
Príma A
Gymnázium Metodova 2, Bratislava
Príklad č. 3 strana 2

13	8	6	1	1	1	1	1	1
14	8	2	2	2	2	2	1	1
15	8	5	2	1	1	1	1	1
16	8	4	3	1	1	1	1	1
17	8	4	2	2	1	1	1	1
18	8	3	2	2	2	1	1	1
19	8	3	3	2	1	1	1	1
20	7	5	2	1	1	1	1	1
21	7	4	3	1	1	1	1	1
22	7	4	2	2	1	1	1	1
23	7	3	2	2	2	1	1	1
24	7	2	2	2	2	2	2	1
25	7	3	3	2	1	1	1	1
26	6	6	2	2	1	1	1	1
27	6	5	3	2	1	1	1	1
28	6	5	2	2	2	1	1	1
29	6	4	3	3	1	1	1	1
30	6	4	3	2	2	1	1	1
31	6	4	2	2	2	2	1	1
32	6	3	2	2	2	2	2	1
33	6	3	3	2	2	2	1	1
34	6	2	2	2	2	2	2	2
35	5	5	5	1	1	1	1	1
36	5	5	4	2	1	1	1	1
37	5	5	3	3	1	1	1	1
38	5	5	3	2	2	1	1	1
39	5	5	2	2	2	2	1	1
40	5	4	4	3	1	1	1	1
41	5	4	4	2	2	1	1	1
42	5	4	3	3	2	1	1	1
43	5	4	3	2	2	2	1	1
44	5	4	2	2	2	2	2	1
45	5	3	3	3	3	1	1	1
46	5	3	3	3	2	2	1	1
47	5	3	3	2	2	2	2	1
48	5	3	2	2	2	2	2	2
49	4	4	4	4	1	1	1	1
50	4	4	4	3	2	1	1	1
51	4	4	4	2	2	2	1	1
52	4	4	3	3	3	1	1	1
53	4	4	3	3	2	2	1	1
54	4	4	3	2	2	2	2	1
55	4	4	2	2	2	2	2	2
56	4	3	3	3	3	2	1	1
57	4	3	3	3	2	2	2	1
58	4	3	3	2	2	2	2	2
59	3	3	3	3	3	2	2	1
60	3	3	3	3	2	2	2	2

Radoslav Čársky
Príma A
Gymnázium Metodova 2, Bratislava
Príklad č.4

Ako digitálky prichádzajú do úvahy tieto číslice 0,1,2, 5,6,8,9. S výnimkou 6 a 9 sú po otočení všetky číslice rovnaké.

Na mieste jednotiek začneme hľadať číslice ktorých sčítaním na mieste jednotiek dostaneme 8.
Dvojice číslic ktore prichádzajú do úvahy sú 0 a 8, 2 a 6, 9 a 9
0 a 8 vylúčime, lebo po obrátení by číslo začínalo 0 čo nemôže byť.
9 a 9 vylúčime, lebo po obrátení by 6 a 6 dávalo súčet 12 čo tiež nevyhovuje.
Do úvahy prichádza dvojica 6 a 2, ktorá po obrátení dáva súčet 2+9=11
Na mieste desiatok môžeme uvažovať s predchádzajúcou trojicou čísel (0 a 8, 2 a 6, 9 a 9)
Vylúčime dvojice 2 a 6 a 9 a 9, lebo po otočení by nevychádzalo číslo 8. Čiže do úvahy prichádza dvojica 0 a 8.
Na mieste stoviek potrebujeme súčet 6 resp. po obrátení 9 Tu vyhovuje iba dvojica čísel 6 a 0
Na mieste tisíciek potrebujeme súčet 6 po obrátení tiež 6. Do úvahy prichádza iba dvojica 1 a 5.

Do úvahy prichádzajú tieto možnosti:

$$\begin{array}{r} 1606 \\ 5082 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5082 \\ 1606 \\ \hline 6688 \end{array} \Rightarrow$$ uvažujem že toto je jedna možnosť

alebo

Radoslav Čársky
Príma A
Gymnázium Metodova 2, Bratislava
Príklad č. 4 strana 2

$$\begin{array}{r} 1602 \\ 5086 \\ \hline 6688 \end{array} \quad \text{alebo} \quad \begin{array}{r} 5086 \\ 1602 \\ \hline 6688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1686 \\ 5002 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5002 \\ 1686 \\ \hline 6688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1682 \\ 5006 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5006 \\ 1682 \\ \hline 6688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1006 \\ 5682 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5682 \\ 1006 \\ \hline 6688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1002 \\ 5686 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5686 \\ 1002 \\ \hline 6688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1086 \\ 5602 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5602 \\ 1086 \\ \hline 6688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1082 \\ 5606 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5606 \\ 1082 \\ \hline 6688 \end{array}$$

Spolu je 8 možností, teda Sára mohla mať 2 iné čísla a dostať rovnaké výsledky

Radoslav Čársky
Príma A
Gymnázium Metodova 2, Bratislava
Príklad č. 5

Keďže sa nepriateľské figúrky hýbu vždy po každom druhom ťahu, musím stĺpce C a F prejsť vždy nepárnym ťahom (štartujem z polá A1) podľa toho pravidla testujem rôzne cesty do bodu H8.

V tabuľke č. 1 hľadám čo najkratšie cesty do stĺpca G, tak aby som stĺpec C prešiel ťahom X3 a stĺpec F ťahom X7 a ďalej naznačujem alternatívne cesty do H8. Spolu tak nachádzam 2·2·6 = 24 ciest.

tabuľka č. 1

	a	b	c	d	e	f	g	h
8							X13	X14
7							X12	X13
6							X11	X12
5							X10	X11
4							X9	X10
3				X5	X6	X7	X8	X9
2	X1	X2	X3	X4	X5			
1	X	X1						

V ďalších tabulkách (2 a 3) sa po prechode do stĺpca D posúvam do vyšších riadkov, tak aby som do stĺpca F vošiel ťahom X9 alebo X11, potom hľadám

tabuľka č. 2

	a	b	c	d	e	f	g	h
8							X13	X14
7							X12	X13
6							X11	X12
5				X7	X8	X9	X10	X11
4				X6	X7			
3				X5	X6			
2	X1	X2	X3	X4	X5			
1	X	X1						

tabuľka č. 3

	a	b	c	d	e	f	g	h
8							X13	X14
7				X9	X10	X11	X12	X13
6				X8	X9			
5				X7	X8			
4				X6	X7			
3				X5	X6			
2	X1	X2	X3	X4	X5			
1	X	X1						

opäť alternatívne cesty v stĺpcoch G a H. V tabuľke 2 som tak našiel 2·4·4 = 32 a v tabuľke č. 3 2·6·2 = 24 možností

Radoslav Čársky
Príma A
Gymnázium Metodova 2, Bratislava
Príklad č. 5 strana 2

V tabuľkách 4,5,6 a 7 postupne postupujem do vyšších riadkov v stĺpcoch A a B tak, že do stĺpca C vojdem ťahmi x5 (tabuľka 4 a 5), x7 (tabuľka 6) a x9 (tabuľka 7). V tabuľkách 4 a 5 potom hľadám alternatívne cesty, prechodu do stĺpca F ťahom x9 a x11. Našiel som 4·2·4=32 ciest (tabuľka 4) a 4·4·2=32 ciest (tabuľka 5). V tabuľke 6 vchádzam do stĺpca C ťahom x7 a do stĺpca F ťahom x11 v tomto prípade nachádzam 6·2·2=24 ciest. Ak prejdem do stĺpca C až ťahom x9, potom už neviem prejsť cez stĺpec F.

tabuľka č. 4

	a	b	c	d	e	f	g	h
8							X13	X14
7							X12	X13
6							X11	X12
5				X7	X8	X9	X10	X11
4	X3	X4	X5	X6	X7			
3	X2	X3						
2	X1	X2						
1	X	X1						

tabuľka č. 5

	a	b	c	d	e	f	g	h
8							X13	X14
7				X9	X10	X11	X12	X13
6				X8	X9			
5				X7	X8			
4	X3	X4	X5	X6	X7			
3	X2	X3						
2	X1	X2						
1	X	X1						

tabuľka č. 6

	a	b	c	d	e	f	g	h
8							X13	X14
7				X9	X10	X11	X12	X13
6	X5	X6	X7	X8	X9			
5	X4	X5						
4	X3	X4						
3	X2	X3						
2	X1	X2						
1	X	X1						

tabuľka č. 7

	a	b	c	d	e	f	g	h
8	X7	X8	X9	X10	X11			
7	X6	X7						
6	X5	X6						
5	X4	X5						
4	X3	X4						
3	X2	X3						
2	X1	X2						
1	X	X1						

Spolu som našiel 24+32+24+32+32+24=168 ciest

Kováčová Zofia
Príklad č. 3
CZŠ narnia pezinok
7.A

8 čísel

$a+b+c+d+e+f+g+h=20$

$2+4+1+2+1+3+2+5=20$

20

Doplnime si čísla aby dávaly 20

da sa vybrať skupina $1+2+1=4$

$2+2=4$

$3+1=4$

Vieme vybrať skupinu niaky

Kovačová Zofia
Príklad č.4.

čo naria pezmok
7x

EFGH
ABCD ~~G~~ 2 8 X
E F G H 11896
6 6 8 8

~~Nápis~~

Napíšem si digitálne čísla
1 = 1
2 = 5
3 = E x
4 = H H x
5 = 2
6 = 9
7 = L x
8 = 8
9 = 6

Teraz nájdem dve čísla ktoré budú dávať spolu 8 ~~4,, 0 pačné"~~ 16. A nebude nula. môžu dávať aj ~~os. 18 a 16~~

1(3)5(8)2 9 (6)
5(3) 1 (8) 5 9 (2)
6 6 8 8

Teraz to bude dokopy 7 alebo 17.

Teraz 6 alebo 16

m.

A teraz naopak čísedí

7 6 9 6
5 9 9 2
6 5 8 8

6 5 2 1 nesedí to ale je ešte aj viac možností
6 2 1 2
12733

9 6 9 1
5 6 6 2
15353

6 8 6 1
6 8 9 5
14456

1/2

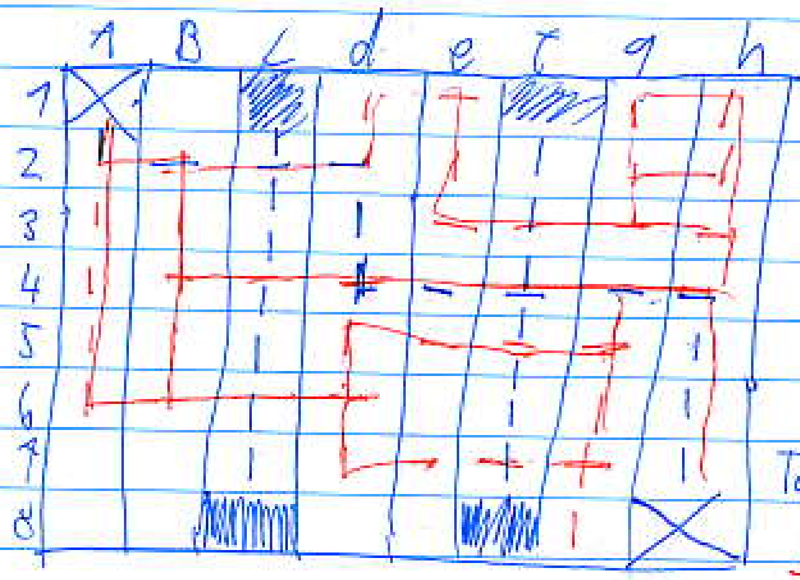
Mo žento vaskyšat inaopat

~~Nedá sa To lebo neotočeme prípade v poslednom~~.

Nedá sa To lebo nemáme žiadne dvoj číslo ktoré by dokopy vobilo päť ebo šesť- (šesť päť preto lebo druhé číslo môže tvoriť aj väčšia ako 9.) a pri otočený 6 alebo 16.

Kováčova totia
Príklad č. 5
c25 narnia pozinok
7X

Jasi najprv nakreslim šachovnicu:



naša X
cudia
pohyb — —

Toto je asi naj kratšia možnosť

X — A2 — B1

teraz si naznačím
ďalšie cesty

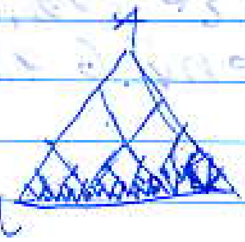
2
2
7
2
8
8
18+1=19

Figurka má
19 možností

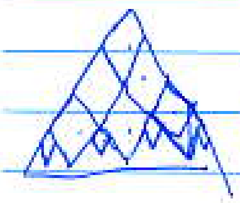
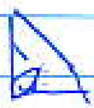
1/1

Kováčová Žofia
Príklad č. 6
CZŠ narnia Pezinok
7.K

Ja si i myslím že je rozdiel počtu lichobežníkov vzhľadom aký je to druh trojuholníka.



Môže byť ich veľa podľa toho koľko veľkých kúskov môže byť 12 a zostanú maličké škvrky no keď ho zväčšíme tých malých dierok zostaný väčšie a dáme ich tam viac.

kováčová Zofia
Príklad č. 1
CZŠ Narnia Pezinok
7.X

~~stráž~~
zámky... 10
stráž:
1 strážca... 5 kľúčov
nie 2 strážcovia ... odomknúť 10 zámkov
nie 2 sady kľúčov

Koľko môže byť strážcov?

Pomenujem si kľúče k zámkam.

a
b na poradí nezáleží.
c môžu byť strážcovia s jedným
d rovnakým kľúčom inými inými.
e npr. a b c d e
f a c d e f
g a d e f g
h a e f g h
i a f g h i
j a g h i j 6 možností s rovnakým kľúčom a ✓ a a tak ďalej my rozumnym

6 | —— | b
6 | —— | c
6 | —— | d a tď

proto 6·10 = 60

a a b c d
a b b c d
a b c c d
a b c d d 4·~~15~~ ~~12~~ 8 = 32   32-60 = 192

~~12 preto lebo je~~ lebo v jeden strážca má len kľúček 2 zámkam.

Ak každej zámke nemá viac ako 1 kľúč je to 60 a k každej 2 tak 192.

1/1

Kováčová Zofia
Príklad č Premiera
C25 narnia pezina
7X

pretože ide o viac farebných vedier
budem ~~viac~~ aspoň 3 vedrá po 20.

	1	2	3	4	5
1.kolo	25	25	25		25
2kolo	~~A semd~~ O * Δ 30	O * Δ	O * Δ 25	O * Δ 23	O * Δ 22
3kolo	zostatok spravodlivo rozdelím do vedra 2,3,4,5 dle najväčde vedra 4.	môj priemer	môj priemer	môj priemer	môj priemer

~~2. Kolo~~: O Ak sem dal súper najmenej dám súperove maximu z 1 kol
* Ak sem dal súper najviac dám zostatok
Δ Ak dal súper ~~všade~~ rovnako tak ja tiež dám ~~všade~~ rovnako (Prebijem všetky ak ako inom vedre uvedený počet dávam kod neplatí nič z vyššie uvedených podmienok)

Ak ~~mám~~ som ddla viac kvapok tak vy~~beriem~~ nedám do tých vedry kde mám kladné ~~najvyšie~~ číslo najnižšie číslo

1/1

Jakub Šošovička

Sekunda

Gymnázium CENADA

Príklad č. 3

2. kolo

Mám 8 prirodzených čísel, ktorých súčet je 20 a nemá sa dať nájsť skupina čísel, ktorá má súčet 4.

Zamerám sa najskôr na malé čísla, skúsim ich dať čo najviac. Keď bude medzi číslami číslo 3, nemôže tam byť číslo 1, a keď budem mať číslo 2 nesmiem mať ďaľšie číslo 2.

1. Takže skúsim dať 3 jednotky, ale potom už nemôžem dať ani 2 ani 3, teda ďalšie čísla musia byť 4 a viac. Keď ale doplníme 5 štvoriek (11144444), súčet už bude viac ako 20. Väčšie čísla ako 4 tiež prekročia 20.

2. Teraz tam skúsim dať 2 a doplniť trojkami- 23333333, ale to je je súčet viac ako 20. Podobne to dopadne, keď na začiatku vyberieme trojku, alebo 2 a 1.

3. Ak nedám žiadne číslo menšie ako 4, súčet bude zase viac ako 20.

Takto som ukázal, že sa nedá nájsť 8 prirodzených čísel so súčtom 20, kde nie je skupina čísel, ktorá má súčet 4. Teda v každej skupine 8 prirodzených čísel so súčtom 20 musí byť skupina čísel so súčtom 4.

Jakub Šošovička

Sekunda

Gymnázium CENADA

Príklad č. 4

2. kolo

Začal som s tým že som si vypísal čísla, ktoré môžem otočiť dole hlavou aby dávali zmysel: 0-0, 1-1, 2-2, 5-5, 6-9, 8-8 a 9-6.

Keď spočítam tie dve štvorciferné čísla, vyjde mi 6688. 6 na mieste tisícok môžem spraviť tak, že buď mi vyjde súčet 5 a prenesie sa jedna desiatka z miesta stoviek alebo mi vyjde hneď 6 a neprenesie sa nič. Ale 5 nemôžem spraviť, pretože nemôžem použiť ani 3 ani 4 ani 0. A jediný spôsob ako spraviť 6 je 5 + 1.

Potom idem zisťovať ako vznikla 6 na mieste stoviek, ktorú môžem spraviť tak že buď 5 + 1 alebo 6 + 0 , ale keď sa papier otočí, jednotky budú na mieste tisíciok, desiatky na mieste stoviek a naopak. A pre možnosť 5 + 1 by v otočenom príklade bola 6 na mieste desiatok. Takže tam musí byť 6 + 0.

Potom idem zisťovať ako vznikla 8 na mieste desiatok, ktorú môžem spraviť tak že buď 8 + 0 alebo 6 + 2. A pre možnosť 6 + 2 by v otočenom príklade bola 1 na mieste stoviek. Takže tam musí byť 8 + 0.

Potom idem zisťovať ako vznikla 8 na mieste jednotiek, ktorú môžem spraviť tak že buď 8 + 0 alebo 6 + 2. A pre možnosť 8 + 0 by v otočenom príklade bola 8 na mieste tisícok. Takže tam musí byť 6 + 2.

Vznikli mi takto čísla 5686 a 1002. Môžem v nich meniť cifry na rovnakých miestach, spolu vznikne 8 možností:

5686 a 1002, 5682 a 1006, 5606 a 1082, 5602 a 1086, 5086 a 1602, 5006 a 1682, 5002 a 1686 a posledné 5082 a 1606. **Úloha má 8 riešení** (teda Sára mohla mať iné dve čísla).

5686	5682	5606	5602	5086	5006	5002	5082
1002	1006	1082	1086	1602	1682	1686	1606
------	------	------	------	------	------	------	------
6688	6688	6688	6688	6688	6688	6688	6688

a otočené:

9895	2895	9095	2095	9805	9005	2005	2805
2001	9001	2801	9801	2091	2891	9891	9091
------	------	------	------	------	------	------	------
11896	11896	11896	11896	11896	11896	11896	11896

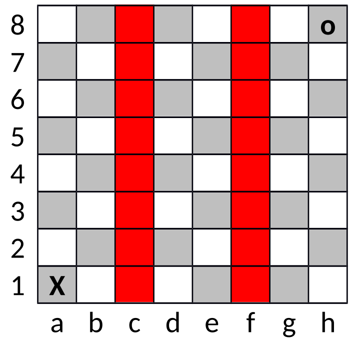
Jakub Šošovička

Sekunda

Gymnázium CENADA

Príklad č. 5

2. kolo



Aby ma figúrky nevyhodili, musím cez stĺpec c a f prejsť na nepárny ťah, keď figúrky na c a f stoja. Na párny ťah sa viem dostať na b2, b4, b6, b8 a potom e3, e5, e7. Sú tieto možnosti prechodu cez c: cez c2, c4 a c6 (cez c8 to už nejde) a cez stĺpec f: cez f3, f5 a f7. Rozoberieme si všetky možnosti.

1. Prejdime stĺpec c cez pole c6 a tým pádom musím prejsť stĺpec f cez f7. Keď chcem prejsť cez c6 musím sa dostať na b6 a na to mám 6 možností (a2-a3-a4-a5-a6-b6, a2-a3-a4-a5-b5-b6, a2-a3-a4-b4-b5-b6, a2-a3-b3-b4-b5-b6, a2-b2-b3-b4-b5-b6 a b1-b2-b3-b4-b5-b6). Cez c6 prejdem na d6 a s d6 musím prejsť na e7 a na to mám 2 možnosti. Cez f7 prejdem na g7 a s g7 musím prejsť na h8 a na to mám 2 možnosti. Čiže spolu mám 6.2.2 = 24 možností.

2. Prejdime stĺpec c cez c4 a potom f cez f7. Musím sa dostať na b4 a na to mám 4 možnosti. Cez c4 prejdem na d4 a s d4 musím prejsť na e7 a na to mám 4 možnosti. Cez f7 prejdem na g7 a s g7 musím prejsť na h8 a na to mám 2 možnosti. Čiže dokopy mám 4.4.2 = 32 možností.

3. Prejdime stĺpec c cez c4 a potom cez f5. Musím sa dostať na b4 a na to mám 4 možnosti. Cez c4 prejdem na d4 a s d4 musím prejsť na e5 a na to mám 2 možnosti. Cez f5 prejdem na g5 a s g5 musím prejsť na h8 a na to mám 4 možnosti. Čiže dokopy mám 4.2.4 = 32 možností.

4. Prejdime stĺpec c cez c2 a potom cez f7. Musím sa dostať na b2 a na to mám 2 možnosti. Cez c2 prejdem na d2 a s d2 musím prejsť na e7 a na to mám 6 možností. Cez f7 prejdem na g7 a s g7 musím prejsť na h8 a na to mám 2 možnosti. Čiže dokopy mám 2.6.2 = 24 možností.

5. Prejdime stĺpec c cez c2 a potom cez f5. Musím sa dostať na b2 a na to mám 2 možnosti. Cez c2 prejdem na d2 a s d2 musím prejsť na e5 a na to mám 4 možnosti. Cez f5 prejdem na g5 a s g5 musím prejsť na h8 a na to mám 4 možnosti. Čiže dokopy mám 2.4.4 = 32 možností.

6. Prejdime stĺpec c cez c2 a potom cez f3. Musím sa dostať na b2 a na to mám 2 možnosti. Cez c2 prejdem na d2 a s d2 musím prejsť na e3 a na to mám 2 možnosti. Cez f3 prejdem na g3 a s g3 musím prejsť na h8 a na to mám 6 možností. Čiže dokopy mám 2.2.6 = 24 možností.

To sú všetky možnosti. Už len spočítam všetky možnosti a vyjde mi 24+32+32+24+32+24=**168**

Na pole h8 sa podľa zadania príkladu viem dostať 168 spôsobmi.

Jakub Šošovička

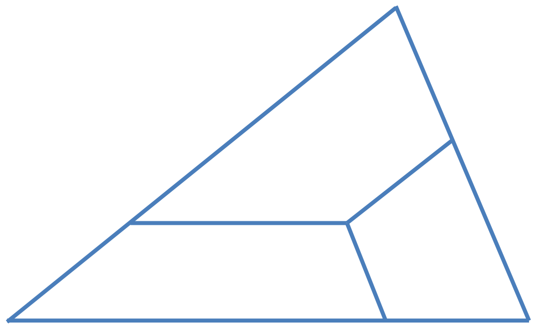
Sekunda

Gymnázium CENADA

Príklad č. 6, 2. Kolo

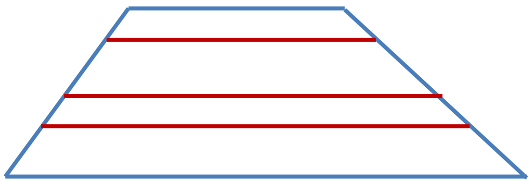
Mám trojuholník ABC a mám ho rozdeliť na lichobežníky.

Vyberiem si bod vnútri trojuholníka a nakreslím z toho bodu rovnobežky ku všetkým stranám (rovnobežka so stranou c spojí stranu b, rovnobežka so stranou b stranu a, rovnobežka so stranou a stranu c), viď. obrázok 1. Takto dokážem rozdeliť trojuholník na 3 lichobežníky.



Obrázok 1

Potom môžem ľubovolný lichobežník rozdeliť na dva lichobežníky tak, že spravím rovnobežku so základňou lichobežníka. Takto pribudne jeden lichobežník. Postupne môžem pridávať ďalšie, viď. obrázok 2.



Obrázok 2

Týmto spôsobom môžeme trojuholník rozdeliť na 3, 4, 5, 6,... lichobežníkov (ľubovoľný počet okrem 1 a 2). Na dva lichobežníky sa trojuholník rozdeliť nedá, lebo jediná možnosť je urobiť rovnobežku so stranou trojuholníka, tak nám ale vznikne jeden lichobežník a jeden trojuholník.

Jakub Šošovička

Sekunda

Gymnázium CENADA

Príklad č. 7

2. kolo

Najskôr zistím koľko najviac strážcov s piatimi rôznymi kľúčmi môžem nájsť. Koľkými spôsobmi môžem vybrať 5 rôznych kľúčov z 10? Týchto spôsobov je $\frac{10!}{5!.5!}=252.$

K tomuto výsledku som sa dostal tak, že som vypočítal všetky usporiadania 10 kľúčov, s ktorých vždy vyberiem prvých 5. Nezáleží na poradí ani prvých piatich kľúčov ani druhých piatich. Preto 10! musím vydeliť 5! a 5!.

Mám teda 252 možností pre strážcov, ktorí spĺňajú prvé dve podmienky. Týchto strážcov môžem usporiadať do dvojíc tak, aby mali spolu všetkých 10 kľúčov (napríklad strážcovi s kľúčmi 1, 3, 5, 7, 9 pridáme strážcu s kľúčmi 2, 4, 6, 8, 10). Aby sme splnili tretí bod, z každej dvojice vyhodíme jedného strážcu. Preto výsledok bude polovica z 252.

V izbe môže byť najviac $\frac{10!}{5!.5!.2}=126$ strážcov.

Pre 42 zámkov a 21 kľúčov sa to počíta rovnako a výsledok je

$\frac{42!}{21!.21!.2}=269\,128\,937\,220$ strážcov.

Jakub Šošovička

Sekunda

Gymnázium CENADA

Prémia

2. kolo

Stratégia	*Nádoba 1*	*Nádoba 2*	*Nádoba 3*	*Nádoba 4*	*Nádoba 5*
1. kolo	2	35	2	26	35
2. kolo	Usporiadam nádoby podľa vysledku prvého kola (rozdiel bodov) od najnižšieho (najhoršieho pre mňa) po najvyšší. V tomto poradí nádob umiestnim 2,2,26,35,35 kvapiek.				
3. kolo	Usporiadam nádoby podľa vysledku druhého kola (rozdiel bodov) od najnižšieho (najhoršieho pre mňa) po najvyšší. V tomto poradí nádob umiestnim 2,2,26,35,35 kvapiek.				

Michal Cibulka
Príma
Gymnázium Grösslingová
Príklad číslo 2

$A \cdot B \cdot B \cdot C \cdot D = BAC$

$B \cdot A \cdot C = AC$

$A \cdot C = C \Rightarrow A = 1$ lebo $X \cdot 1 = X$

C nemôže byť nula lebo BAC by bola 0 a to nie je

čiže $B \cdot 1 \cdot C = 1C \Rightarrow B \cdot C > 10$ <20 a končí číslicou C

ak $C = 2 \Rightarrow B = 6$

$C = 3, 4$ neexistuje B vyhovujúce podmienkam

$C = 5 \Rightarrow B = 3$

$C = 6, 7, 8, 9$ neexistuje B vyhovujúce podmienkam

a) $C = 2 \Rightarrow BAC = 612$ čiže

$1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot D = 612$

$D = 612 : (1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2)$

$612 : 72$ čo nie je prirodzené číslo

b) $C = 5 \Rightarrow BAC = 315$

$1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot D = 315$

$D = 315 : (1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5)$

$D = 315 : 45 = 7$

Číslo ABBCD je 13357

Michal Cibulka

Prima

Gymnázium Grösslingová

Príklad č. 3

Uvažujme aké najväčšie priemerné prirodzené číslo splňa zadanie súčtu 20

ak to bude 3 $\Rightarrow 8 \cdot 3 = 24 > 20$

ak to bude 2 $\Rightarrow 8 \cdot 2 = 16 < 20$

pri 3 musíme súčet znížiť o 4, čiže buď 4 čísla zmenšíme o 1 alebo 2 o 2 alebo 1 o 2 a 2 o 1, potom dostaneme 4 čísla 2 alebo 2 čísla 1 alebo 2×2 a 2×1 vo všetkých prípadoch vieme vytvoriť súčet 4. Ak by sme použili číslo väčšie ako 3 musíme ďalšie čísla zmenšiť o tento rozdiel, čiže zvýšiť počet 1 alebo 2 aj tak vieme vytvoriť súčet 4. Keby sme nepoužili ani jednu 3 tak tiež dostaneme súčet 4 lebo tam budú minimálne 2 dvojky alebo 1 štvorka alebo 4 jednotky

$5+5=10$ SÚČET=10

10 = súčet 6 čísiel napr.: $4+2+1+1+1+1$

$5+5+5+1+1+1+1+1$
$6+6+1+1+2+2+1+1$

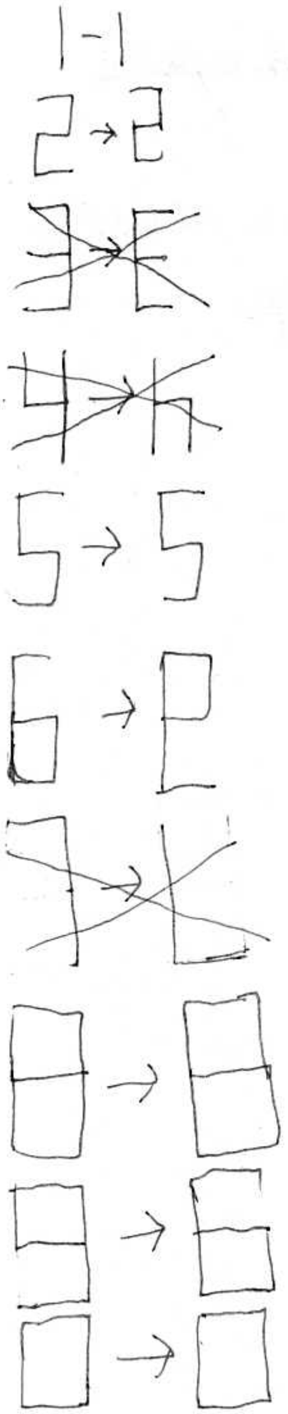
Čiže vždy vieme z týchto 8 čísel vybrať nejaké, ktoré dajú súčet 4.

Michal Hlavaka

Príma

Gymnázium Grösslingová

Príklad č. 4



$$\overline{}\atop 668\boxed{8}$$

súčet 8 → 6+2
8+0
9+9

posledné budú prvé a druhej dvojici => to bude 6+2 alebo 9+9 → 6+6=12

a má to byť 11 a 8+0 → 8+0 a 0 nemôže byť na začiatku

$$\begin{array}{r} 6 \\ 2 \\ \hline 6688 \end{array}$$

súčet 5 alebo 7 mi zostala

① $\begin{array}{r} 5596 \\ 1092 \\ \hline 6688 \end{array}$ ② $\begin{array}{r} 5526 \\ 1162 \\ \hline 6688 \end{array}$ ③ $\begin{array}{r} 5586 \\ 1102 \\ \hline 6688 \end{array}$ ④ $\begin{array}{r} 5096 \\ 1692 \\ \hline 6688 \end{array}$

súčet 6 → 5+1
6+0 doplním

Na mieste tisícok bude 5+1 alebo 0 nemôže byť na začiatku čísla.

⑤ $\begin{array}{r} 5086 \\ 1602 \\ \hline 6688 \end{array}$ ⑥ $\begin{array}{r} 5026 \\ 1662 \\ \hline 6688 \end{array}$

Obrátene: ① $\cancel{\begin{array}{r} 9655 \\ 2601 \\ \hline 12256 \end{array}}$ ② $\cancel{\begin{array}{r} 9255 \\ 2911 \\ \hline 12166 \end{array}}$ ③ $\cancel{\begin{array}{r} 9855 \\ 2011 \\ \hline 11866 \end{array}}$ ④ $\cancel{\begin{array}{r} 9605 \\ 2691 \\ \hline 12296 \end{array}}$ ⑤ $\begin{array}{r} 9805 \\ 2091 \\ \hline 11896 \end{array}$ ⑥ $\cancel{\begin{array}{r} 9205 \\ 2991 \\ \hline 12196 \end{array}}$

$$\begin{array}{r} 9805 \\ 2091 \\ \hline 11896 \end{array}$$

Počet všetkých dvojíc čísel je 8, lebo na pozícii tisícok, stovák, desiatok a jednotiek môžeme vymeniť 2 čísla. lebo zmena nemá vplyv na výsledný súčet a zároveň sa vytvára druhé číslo pod vybraným => 16 čísel : 2 = 8 rôznych dvojíc

Na papieri mohol mať čísla 9805 a 2091.

Áno mohla.

Na takéto čísla máme 8 možností.

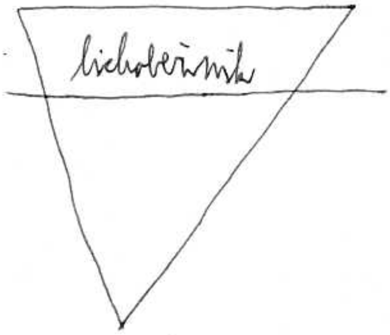
Michal Cibulka

Prima

Gymnázium Grösslingová

Príklad č. 6

Trojuholník = Δ



Vytvoriť lichobežník môžeme tak, že pri ľubovoľnej strane vedieme rovnobežku pretínajúcu zvyšné strany. Tým dostaneme lichobežník a Δ. Čiže nech ďalej delíme akokoľvek vždy nám ostane Δ =), že Δ sa nedá rozdeliť na lichobežníky.

Trojuholník sa nedá rozdeliť na lichobežníky.

Michal Cibulka
Príma
Gymnázium Grösslingová
Príma

stratégia	nádoba 1	nádoba 2	nádoba 3	nádoba 4	nádoba 5
1. kolo	33	1	33	0	33
2. kolo	V - ostáva R - ostáva P - všetky do 4	V - ostáva R - ostáva P - do 5	V - ostáva R - ostáva P - všetko do 2	ostáva	V - ostáva R - ostáva P - ostáva
3. kolo	V, R > ostáva P - ostáva	V, R > ostáva P - ostáva	V, R > ostáva P - ostáva	V, R > ostáva P - ostáva	V, R > ostáva P - ostáva

Stanislav Bezák
Wattova 7, 82104 Bratislava
Číslo príkladu:3
Sekunda B, Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Najprv som si napísal, že ako vieme získať súčet 4: 1111, 211, 22, 31, 4. Keď tam bude jedna z týchto možností, tak to znamená, že tam bude skupina čísel, ktoré dávajú súčet 4. Takže sa snažíme nájsť takých 8 čísel, ktorých súčet bude 20 a nebude tam ani jedna z predchádzajúcich možností. keby tam boli 3 jednotky, tak tam nemôže byť 4 ani 3 ani 2. Skúsime si spočítať 20÷8, aby sme zistili veľkosť priemerného čísla. Vyšlo 2,5. To znamená, že musia byť malé čísla, čiže 1, 2 alebo 3. Vždy tam môžu byť maximálne 2 čísla väčšie ako 7, a zvyšok sa vždy doplní malými číslami. To znamená, že vždy tam bude skupina čísel tvoriaca súčet 4.

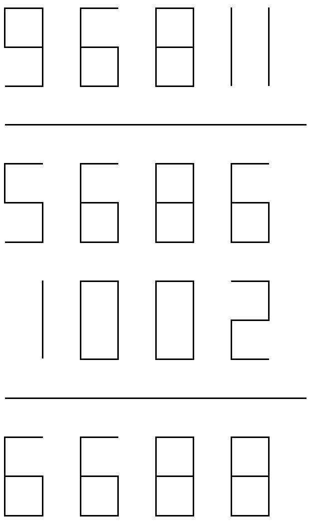
Stanislav Bezák
Wattova 7, 82104 Bratislava
Číslo príkladu:4
Sekunda B, Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Najprv si vypíšeme čísla, ktoré sa dajú použiť: 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9. Jediná zmena, ktorá nastane pri obracaní čísel je to, že sa 6 mení na 9 a ešte sa mení poradie cifier(prvá cifra je posledná a posledná prvá). Keďže v prvom čísle máme iba 6 a 8, tak si napíšeme možnosti ako sa dajú tieto čísla dosiahnuť:

6→5+1, 6+0, 8+8

8>6+2, 9+9, 8+0

Keď má byť na jednej strane 11 a na druhej 8, tak vychádza iba 6+2, to sa obráti na 9+2. Druhá cifra je v oboch súčtoch 8, tak vychádza iba 8+0(inak po obrátení nebude výsledok 8). Tretia cifra je v prvom súčte 6 a v druhov 9, tak vychádza iba 6+0. posledná cifra je v oboch súčtoch 6, 8+8 to nemôže byť, lebo by bol prechod, 6+0 tiež nie, lebo by bola 0 na začiatku. Už ostalo iba 5+1.



Cifry v stĺpcoch sa dajú povymieňať napríklad riešenie je aj 5082+1606. Tu sú možnosti:

5686+1002

5682+1006

5606+1082

5602+1086

5086+1602

5082+1606

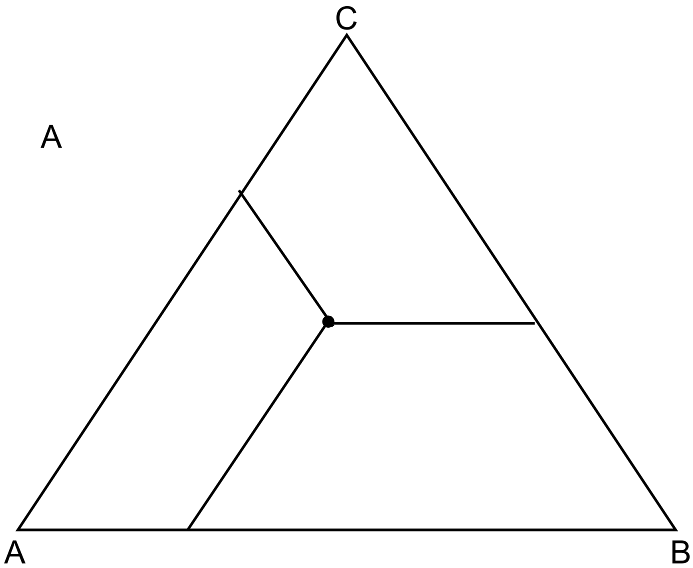
5002+1686

5006+1682

Spolu je 8 možností.

Stanislav Bezák
Wattova 7, 82104 Bratislava
Číslo príkladu:6
Sekunda B, Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Tých lichobežníkov tam môžeme dať nekonečne veľa, lebo jeden lichobežník vieme rozdeliť na dva lichobežníky. Takže stačí zistiť na koľko najmenej lichobežníkov sa dá trojuholník rozdeliť. Na 1 lichobežník sa trojuholník nedá rozdeliť. Skúsime 2 lichobežníky. Vrchol trojuholníka musí byť aj vrchol lichobežníka. Zoberme si pravý dolný roh trojuholníka B. Aby to bol lichobežník, tak musíme dať čiaru rovnobežnú s AB alebo AC. V oboch prípadoch nám ostane voľný trojuholník, ktorý nepokryje iba jeden lichobežník. Takže sú na rade 3 lichobežníky.



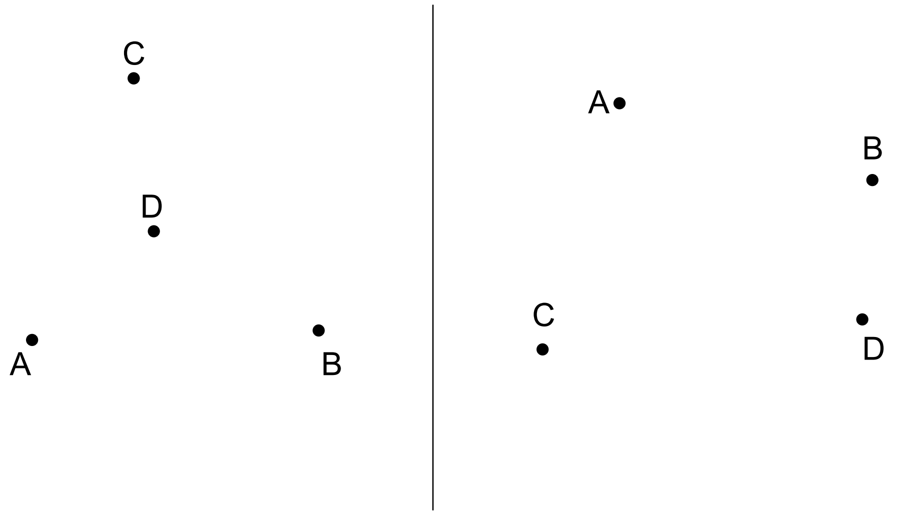
Vtedy si vyberieme bod vnútri trojuholníka a urobíme z bodu 3 čiary. Každá bude rovnobežná na protiľahlú stranu. Ide to na 3 a viac lichobežníkov.

Stanislav Bezák
Wattova 7, 82104 Bratislava
Číslo príkladu:7
Sekunda B, Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Úlohou je vlastne zistiť, že koľko rôznych pätíc kľúčov vieme vybrať z 10 zámkov. Na prvé miesto v pätici vieme dať 10 rôznych kľúčov. Na druhé už iba 9. Dokopy to vyjde 10×9×8×7×6. Tuto počítame s tým, že 1, 2, 3, 4, 5 a 5, 4, 3, 2, 1 nie sú rovnaké možnosti. Takže treba ešte spočítať koľko je tých zlých možností. Možnosti z čísel 1, 2, 3, 4, 5 sme tam spočítali 5! krát. Čiže musíme možnosti vydeliť 5!. Teraz to vyzerá takto: 10×9×8×7×6÷5!. Ešte to stále nie je dobre, lebo tam počítame také možnosti, keď 2 strážcovia odomknú spolu všetky truhlice. Takže to treba vydeliť dvomi. Teraz nám ostalo 126 možností. takže tam môže byť najviac 126 strážcov. Keby bolo 42 zámkov, tak sa to počíta rovnako, len namiesto 10×9×8×7×6 bude 42×41×40 ... ×23×22 a namiesto 5! bude 21!. Vtedy vyjde, že môže byť maximálne 269 128 937 220 strážcov.

Stanislav Bezák
Wattova 7, 82104 Bratislava
Číslo príkladu:8
Sekunda B, Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Povedzme, že by sme tam dali 4 body a každý inej farby. Vieme ich umiestniť do štvoruholníka alebo do trojuholníka a jeden bod bude v strede.



Použijeme najprv prvé rozloženie bodov. Trojuholník sa dá pospájať, ale keby sme spojili CD, tak by vznikol nový bod na priesečníku CD a AB. Tento bod by nemohol mať žiadnu farbu, lebo inak by mala priamka CD alebo AB tri rôzne body. Takže ideme na druhú konfiguráciu. Tuto by sme pospájali body po obvode štvoruholníka a potom by sme urobili uhlopriečky, ale priesečník uhlopriečok nemôže mať žiadnu farbu. Teraz skúsime 3 body, lebo na 4 body to nejde. Vtedy to vieme dať len do trojuholníka. A ten sa dá pospájať. Dá sa to urobiť na 3 body.

Stanislav Bezák
Wattova 7, 82104 Bratislava
Číslo príkladu:P
Sekunda B, Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Stratégia	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
1.kolo	25	25	0	25	25
2.kolo	Ak súper dal viac ako 30 tak 0 inak 10	20	Ak súper dal menej ako 10 tak 15 inak 0	30	Zvyšok do 100
3.kolo	O 5 viac ako v minulom kole	Ak súper dal menej ako 20 tak 25 inak 10	15	Zvyšok do 100	30

Samuel Vasko 7A
ZS Kosicka
priklad c3

prirodzene znamena nenuolove, to je tu dolezite.

zoberme si vsetky mozne kombinacie osmich cisel splnajucich zadanie. zoradme si tieto vsetky kombinacie od najmensieho po najvecsie vramci kazdej kombinacie. a teraz si vezmime mozne zaciatky tychto zoradenych:

a)1+1+1+1
b)1+1+1+2
c)1+1+2+2
d)1+1+2+3
e)1+1+3+3
f)1+2+3+3

pri e) -- dalesie cisla su 3 a vacsie (lebo to mame zoradene), cize minimalna postupnost je 1+1+6*3=20, cize e) pripad je maximalny mozne zaciatok. uz pri f) nam vyjde minimalne 1+2+6*3=21.

to znamena, ze zaciatok utriedenej kombinacie 8 cisel nemoze byt vacsi ako v pripade e lebo by ta kombinacie presiahla 20.

teda to znamena, ze kazda taka ktora ma sucet 20 musi zacinat rovnako ako v pripadoch a) az e) a v kazdom z tychto pripadov vieme poskladat sucet 4 uz z tohoto zaciatku -- a) 1+1+1+1, b) 1+1+2, c) 2+2, d) 1+3, e) 1+3

to znamena ze urcite vieme z kazdych 8 prirodzenych cisel ktorych sucet je 20 vybrat skupinu cisel ktora ma sucet 4.

Samuel Vasko 7A
ZS Kosicka
priklad c4

rozumne cislice, cize tie co davaju zmysel po pretoceni su vsetky okrem 3,4,7.
pricom sa nam meni 6 na 9 a 9 na 6, ostatne zostavaju.

napisme si miesto cisel pismenka, miesto otocenych velke:

```
 abcd       DCBA
+efgh       HGFE
-----      -----
 6688      11896
```

podme od zaciatku A+E=6 a a+e je 6 alebo 5 ak bol prenos.
6 mozeme dostat ako 0+6, 1+5, 2+4, 3+3. ale 3,4 su nerozumne
a 0 nemoze byt na zaciatku a konci, takze nutne A,E musia byt 1,5 alebo 5,1,
takze aj a,e tiez 1,5 alebo 5,1 a b+f nerobia prenos.

dalej vieme b+f nerobia prenos takze ich sucet je 6 alebo 5 ak bol prenos
a B+F su bez prenosu 9. 5 to byt nemoze lebo 5 je 1+4,2+3 a 5+0, ale 3,4 su nerozumne
a 5,0 nemoze lebo F+F by bolo zase 5+0 a to neni 9. takze b+f je 6, zas to moze byt 5+1 alebo 6+0,
5+1 nemoze lebo B+F by nebolo 9 a preto teda b,f su 6,0 a BF 9,0

C+G=8 bez prenosu, to moze byt 8,0 alebo 6,2 ine su nerozumne, 6,2 to tiez
nebude lebo c+g by bolo 9+2=11 a to nesedi s 8 ani pri prenose
takze c,g je 8,0

a d+h=8 a D+H=11, takze jedno bude 6 aby v prevratenom mohlo byt 9,druhe teda 2.

a mame vsetky cifry.

tak napriklad 1002+5686

nezalezi nam ci cifra bude hore alebo dole v sucte takze mozeme nakombinovat
viacej cisel z tych cifier mame 4 cifry, kazdu hore alebo dole a dostaneme teda
2*2*2*2 moznosti. alebo teda 8 ked nezalezi na poradi tych 4-cif cisel, tu su:

1002 5686
1006 5682
1082 5606
1086 5602
1602 5086
1606 5082
1682 5006
1686 5002

Zaver1: kevin mal na papieri niektore z vyssie napisanych cisel
zaver2: ano, niektore z vyssie napisanych
zaver3: 8 dvojic ak nezalezi na poradi alebo 16 ak zalezi.

Samuel Vasko 7A
ZS Kosicka
priklad c5

aby sme prisli z a1 do h8 musime ist 7x hore a 7x doprava.
keby nebolo tych zlych tak nezalezi v akom poradi to robime.
teraz musime byt opatrnejsi.

v zadani sa hovori, 'vyradia... co stoji s nimi na jednom policku',
z toho mi vychadza, ze mozem s nimi v nejakom tahu byt na policku,
ze tento pripad nemusime odratavat. to nam zjednodusuje ulohu.

takze postupujme tak, ze si spravme dvojice nasich tahov, nas dvojtah, ich tah,
nas dvojtah ich tah....
stlpce C a F musime prejst jednym dvojtahom tak ze z B na D a z E na G, cize
taky dvojtah ze 2 kroky doprava.

musime mat teda dva dvojtahy take ze to budu kroky doprava.
pred prvym musi byt peave jeden krok doprava a medzi prvym a druhym tiez a
nakonci riez jeden.

takze mame: ... -> .. ->-> .. -> .. ->-> ... -> ..
dvojtahov musi byt presne 7 (lebo je 7+7 tahov)
dva mame jasne a jasne je aj ich priblizne poradie.
presnejsie vieme kolko krokov doprava je pred/za/medzi nimi.
pred prvym dvojtahom s ->-> musi byt aspon jeden dvojtah s ->
a maximalne mozu byt 3 dvojtahy z toho jeden s ->. viac ako 3 nemoze,
lebo potrebujeme 5 dvojtahov okrem tych ->-> a musi byt aspon jeden na konci aj vstrede.
to iste plati aj o strednom aj poslednom.

takze mozeme mat taketo rozdelenie dvojtahov:
a)   3 1 1
b)   1 3 1
c)   1 1 3
d)   2 2 1
e)   2 1 2
f)   1 2 1

v kazdom mame presne jedno -> a zvysne sipky hore, taze v bode a)
mame na umiestnenie -> v prvom stlpci 6 moznosti, v druhom 2 a v tretom 2,
spolu teda v bode a existuje 6*2*2=24 ciest.
to iste v b) a c)

v bode d) mame 4*4*2=32, to iste e,f.

spolu teda 3*24+3*32=168

Zaver: figurku vieme dostat na h8 168 cestami.

Samuel Vasko 7A
ZS Kosicka
priklad c6

"rozdelit" rozumiem ze v trojuholniku nezostane nic co by nebolo sucastou lichobeznika, cize ked predelim trojuholnik ABC rovnobezkou s AB, tak mi vznikol jeden ale zostal mi tam aj trojuholnik.

samozrejme na 1 lichobeznik sa "rozdelit" neda.

neda sa ani na dva - trojuholnik ma 3 vrcholy, jednou ciarou mozeme pridat dalsie 2, dostanme 5. na dva lichobezniky potrebujeme 2x4=8, to by museli tie lichobezniky mat spolocne tri vrcholy, museli by sa pretinat alebo byt jeden v druhom, v kazdom pripade by vzniklo viac utvarov.

na 3 lichobezniky sa da - vyberieme si lubovolny bod vnutri v trojuholniku. z neho vedieme tri rovnobezne usecky so stranami trojuholnika, takto vzniknu tri lichobezniky a rozdelia cely trojuholnik.

na 4 sa da tak, ze rozdelime trojuholnik rovnobezkou s AB na lichobeznik a dalsi trojuholnik a teda dalej rozdelime na 3.

na 5 sa da tak ako ze rozdelime na 4 podla popisu vyssie a spodny lichobeznik rozdelime na dva.

takymto sposobom vieme pridat 6,7,... az nekonecne vela.

zaver: lichobeznikov mohlo byt lubovolny pocet >=3.

Samuel Vasko 7A
ZS Kosicka
priklad c7

ide vlastne o to kolkymi sposobmi vieme vybrat 5 klucov z 10 tak, aby sa neopakovali, aby kazdy vyber bol raz a este podmienka ze aby vo vybere neboli k nejakemu vyberu zvysne kluce.

to posledne je vlastne lahke, lebo ked vyberieme 5 z 10, zostane zase 5. pre kazdu peticu co vyberieme je presne jedna taka petica, ktora tam byt nemoze. cize pocet vsetkych moznych petic vydelime dvomi - lebo jednu peticu vyberieme, k nej je jedna ktora uz nemoze byt vybrana a tu skrtame.

no a vybrat 5 z 10 je 10*9*8*7*6 a to este deleno 5! lebo nam nezalezi na poradi tych vybratych klucov. a to sa rovna 252. no ale povedali sme, ze delime dvoma lebo vyradujeme pre kazdu peticu tu co doplna kluce, takze 252/2=126.

zaver1: moze byt maximalne 126 strazcov.

pri lubovolnom pocte postupujeme rovnako, cize vyberame 21 klucov z 42, na prvy mame 42 moznosti, na druhy 41.... atd, vydelime to zase 21! a mame obrovitanske cislo, to este zase dvomi, zmensili sme ho ale stle je obrovitanske: 269128937220, to je 269 miliard, 128 milion, 937 tisic 220. je to dost viac ako ludi na zemi, asi strazcov nebudu robit len ludia.

zaver2: pri 42 zamkoch a 21 klucoch na strazcu by mohlo byt 269 miliard, 128 milion, 937 tisic 220 strazcov

Samuel Vasko 7A
ZS Kosicka
priklad c8

rovina samozrejme moze mat body 2 farieb a potom samozrejme na ziadnej priamke nebude viac farieb.

moze existovat rovina ktora ma aj 3 farby, napriklad taka, ktoru zostrojime takto:

ofarbime jeden bod na modro. vedieme nim priamky zelenej alebo cervenej farby. takto ofarbime celu rovinu. potom o kazdej priamke plati:

- ak ide cez tento modry bod, tak ma 2 farby, modru a bud cervenu alebo zelenu (lebo je to jedna z priamok ktore sme my takto vyrobili)
- ak priamka nejde cez tento bod, tak potom tiez ma len dve farby, cervenu alebo zelenu, lebo ine farby tam niesu.

4 a viacej farieb uz byt nemoze. keby sme mali viac, vyberme si lubovolne 4 body kazdy s inou farbou. bod b1 s farbou f1, .. b4 s f4. teraz vedme priamky medzi vsetkymi dvojicami tychto bodov, vzniknu nam priamky b1b3, b1b4, b2b3, b2b4, b3b4. rovnobezne mozu byt maximalne 2 dvojice znich. potom musi existovat priamka ktora vsetky pretina. no a teda musi mat aspon tri farby. no a teda 4 farby su uz moc. a viac ako 4 je teda este viac moc.

zaver: moze existovat rovina s najviac 3 farbami aby vsetky priamky mali max 2 farby.

Na začaitok skúsime nájsť možnosti pre číslo AC.
Vieme že A . C = C
Žiadne číslo sa nedá vynásobiť hociakým číslom (okrem 1) a potom dostať to isté číslo. To znamená, že A bude pravdepodobne 1. Ale, dá sa aj inak dostať to isté číslo. C by muselo byť 0.
Ale vtedy by nesedelo B . A . C(0) = AC lebo AC nemôže byť 00
Takže na začiatok vieme, že A = 1.

Keďže máme A = 1, C môže by akékoľvek číslo od 2 do 9.
Čiže C môže byť: 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
Hneď môžeme vylúčiť 13, 17 a 19, lebo sú to prvočísla tie by sme nikdy nedostali výpočtom B . A . C
Takže nám zostali: 12, 14, 15, 16, 18

B . A . C = AC
Keďže A = 1, dá sa to zapísať aj takto.
B . C = 10 + C
V tejto rovnici je veľmi málo čísel, ktoré sa tam dajú dosadiť, a tak tie možnosti nájdeme. Samozrejme C už môže byť len 2, 4, 5, 6, 8, lebo ostatné sme vyššie vylúčili.
B a C môžu byť: B = 6 C = 2, B = 3 C = 5
V obidvoch prípadoch rovnica vychádza.
6 . 2 = 10 + 2
3 . 5 = 10 + 5

Teraz už máme len číslo ABBCD.
Dosadíme prvé 4 cifry a potom zistíme, či môžeme vypočítať nejaké číslo pre D.
Ak áno, máme riešenie, ak nie, nemáme.
6 . 2 = 10 + 2
ABBCD = 1662D
1 . 6 . 6 . 2 = 72
72 . D = BAC
72 . D = 612
612 : 72 = neprirodzené číslo

3 . 5 = 10 + 5
ABBCD = 1335D
1 . 3 . 3 . 5 = 45
45 . D = BAC
45 . D = 315
315 : 45 = 7
D = 7 sedí

RIEŠENIE:
Číslo ABBCD je v skutočnosti 13357

Postup:
Overíme, či sa dajú vybrať čísla so súčtom 4 zo extrémnych situácii, ako čo najviac jednotiek a rovnomerne. Ak sa dajú, dak sa dajú aj zo všetkých ostatných čísel, lebo ostatné kombinácie ležia medzi nimi.

Extrémne prípady:
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 13
2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3
1, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3

V prvom prípade sa dajú vybrať 4 jednotky. 1 + 1 + 1 + 1 = 4
V druhom prípade sa dajú vybrať 2 dvojky. 2 + 2 = 4
V treťom prípade sa dá vybrať trojka a jednotka. 1 + 3 = 4

Vo všetkých extrémnych prípadoch sa dajú vybrať čísla so súčtom 4, takže sa to dá vo všetkých prípadoch.

RIEŠENIE:
Určite vieme z čísel so súčtom 20 vybrať nejakú skupinu so súčtom 4.

V tejto úlohe sa pod názvom napísané číslo myslí digitálne napísané číslo.
Čísla 3, 4, a 7 možno hneď vylúčiť, lebo dole hlavou nedávajú zmysel.
Podčiarknuté čísla sa mysli ako čísla, ktoré sme obrátili. Napr $\underline{a}$ značí číslo *a,* ale je naopak napísané, tzn. $\underline{1}$ je zhodná s 1, ale $\underline{6}$ je vlastne 9.

Cifry v číslach som si označil písmenami *a, b, c, d, e, f, g, h.* Môžu to byť rovnaké čísla.

a	*b*	*c*	*d*
e	*f*	*g*	*h*
6	6	8	8

	8	8	9	9
	ɥ	ɓ	ʄ	ə
	p	ɔ	q	ɐ
⇂	⇂	8	9	6

Najprv sa pozrieme na jednotky oboch výsledkov, lebo tu sa nedá pripočítať prestupná jednotka.

Prvý výsledok (8899) má na mieste jednotiek 8. Tu sú možnosti, ako sa dá dostať 8 sčítaním *d* a *h*.
8 a 0 – nemôže byť, lebo keby sme čísla otočili, tak by jedno začínalo 0, a to nie je dovolené.
6 a 2 – môže byť, lebo keď tieto dve čísla obrátime, budú z nich 9 a 2, a to dáva 11, čo je správne.
9 a 9 – nemôže byť, lebo potom po otočení by nedávali 11, ale dvanásť.
Z tohoto vyplýva:

9	6	8	1	1
a	*b*	*c*	*6*	
e	*f*	*g*	*2*	
6	6	8	8	

Teraz ideme zistiť, ako sme dostali pri druhom výsledku (11896) na mieste jednotiek číslo 6.
Tu sú možnosti, ako získať 6 sčítaním $\underline{a}$ a $\underline{e}$.
6 a 0 – nemôže byť, lebo potom by jedno číslo začínalo 0, a to nie je dovolené.
5 a 1 – môže byť, lebo po otočení tiež dáva číslo, ktoré chceme, teda 6 z prvého výsledku.
8 a 8 – nemôže byť, lebo potom by výsledok na druhej strane nebol to, čo má, teda 16 miesto 6.
Tu tiež máme len jednu možnosť, a to 5 a 1. Takže vieme, že *a* a *e* sú 5 a 1.

	8	8	9	9
	ᘔ	ɓ	ⅎ	⇂
	9	ɔ	q	ϛ
⇂	⇂	8	9	6

Teraz už len skúsime nájsť *c* a *g* a potom ešte *b* a *f*.

C a *G:*
V prvom výsledku je súčet čísel *c* a *g* 8. Tu sú možnosti ako ju dostať.
0 a 8 – môže byť, lebo potom by sedel výsledok aj na druhej strane, a to preto, že 8 naopak je 8 a 0 naopak je 0.

2 a 6 – nemôže byť, lebo po obrátení by čísla dávali 11, a my chceme 8.
9 a 9 – nemôže byť, lebo po otočení by otočené čísla nedávali 8, ale 12
Tu je TIEŽ len jedna možnosť. Takže tabuľka vyzerá takto:

9	6	8	1	1
5	*b*	*0*	*6*	
1	*f*	*8*	*2*	
6	6	8	8	

B a *F*:
V prvom výsledku je súčet čísel *b* a *f* 6 a po obrátení je to 9. Tu sú možnosti ako sa dá dostať naša 6.
0 a 6 – môže byť, lebo po otočení bude z 6 deviatka, a 9 musíme dostať na druhej strane po obrátení.
5 a 1 – nemôže byť, lebo na druhej strane po otočení by nebola 9.
8 a 8 – nemôže byť, lebo po otočení by otočené čísla nedávali 9, ale 16
Tu máme TIEŽ len jednu možnosť, ako doplniť *b* a *f*.

Keďže všade máme len jednu možnosť, ako doplniť dve čísla, máme výsledok jednoznačný:

9	6	8	1	1
5	*0*	*0*	*6*	
1	*6*	*8*	*2*	
6	6	8	8	

	8	8	9	9
	2	*8*	*9*	*1*
	9	*0*	*0*	*5*
1	1	8	9	6

Ale tieto riešenia nie sú jediné:
Keďže pri sčítaní NEZÁLEŽÍ na poradí číslic, môžeme číslice v číslach vymieňať.
Máme 4 dvojice čísel, takže máme 2 . 2 . 2 . 2 = 16 možností na čísla.
Takže Sára mohla mať aj iné čísla.

RIEŠENIE:
Kevin mal napísanú jednu z týchto dvojíc čísel:
5006 a 1682, 5606 a 1082, 5086 a 1602, 5002 a 1686, 5686 a 1002, 5082 a 1606, 5602 a 1086, 5682 a 1006 (toto je len 8 možností ale zvyšné sú také isté, ale tam stačí vymeniť číslicu na mieste tisícok s dolnou).
Celkovo mala Sára 16 možností pre dvojice čísel.

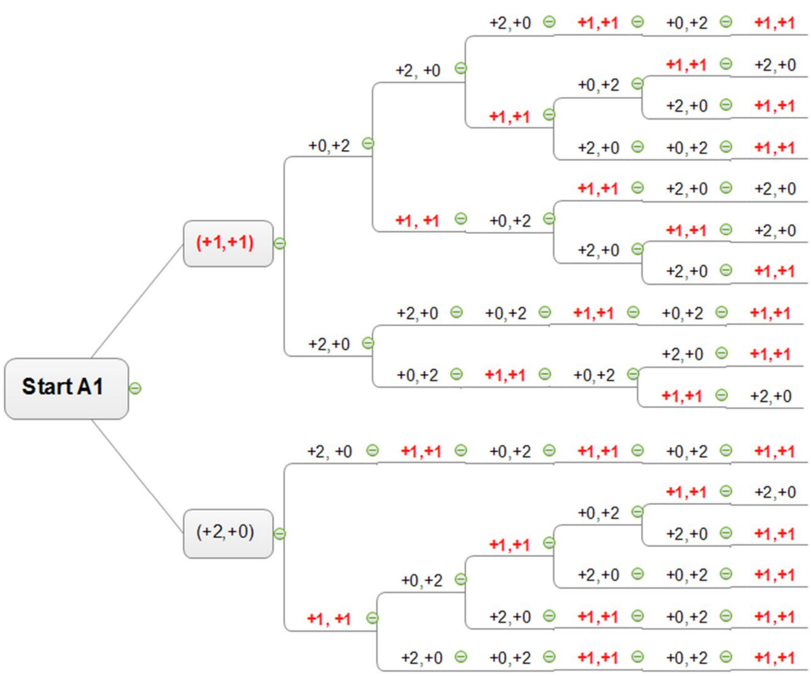
Sára mohla mať iné dve čísla ako Kevin a dostať rovnaké výsledky.

Sebastián Hajdu, Príma, G. Grösslingová , Zimná séria, Kolo 2, Príklad 5

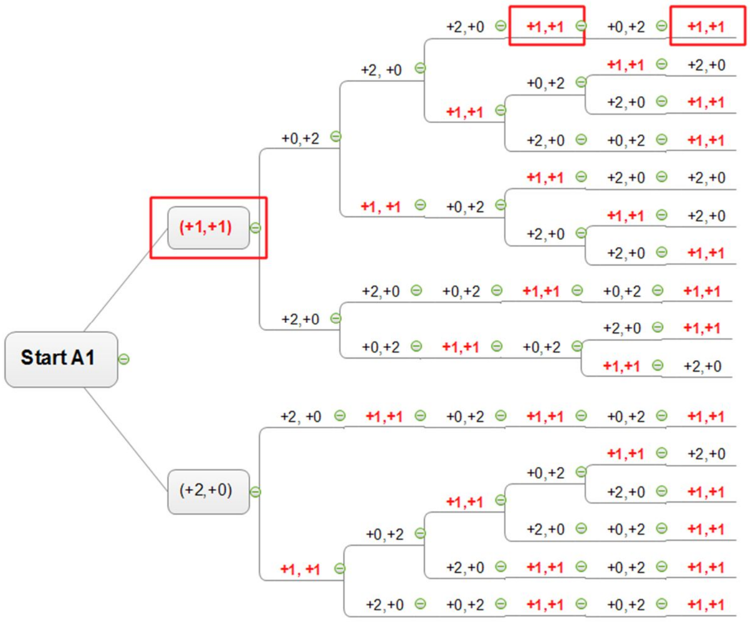
Do tabuľky som zakreslil všetky možnosti prechodu cez šachovnicu.
Systém zakresľovania:
Ja som si to trocha zjednodušil tak, že za jeden ťah sa figúrka pohne o 2 políčka a každý ťah sa presúvajú aj strážcovia. Zakresľujem pomocou grafu. (samozrejme, keď sa pohneme jedno pole šikmo a druhé zvislo, budú tu 2 riešenia, ako previesť tento ťah. Tento problém som vyriešil nižšie.)

Zakreslenie jedného ťahu:
Ťahy zakresľujem tak, že napíšem dve čísla, z ktorých prvé znamená, o koľko políčok sa figúrka pohne vertikálne, a druhé koľko horizontálne.
+2,+0
Tento zápis znamená, že figúrka sa pohla 2 políčka smerom hore.

Tu máme tabuľku so všetkými možnými prechodmi cez šachovnicu. (v našej zjednodušenej verzii, čiže zapisujeme +1,+1 len raz)



Teraz ideme riešiť problém s ťahom (+1,+1):



Každý ťah (+1,+1) uvedený na obrázku predstavuje 2 možnosti.

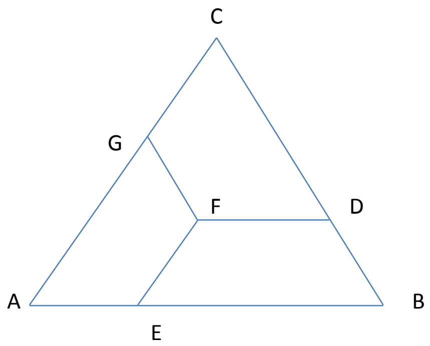
Ďalej som si všimol, že pri každom prechode cez šachovnicu máme VŽDY 3 ťahy (+1,+1) – pozri červené rámčeky.
Znamená to, že každý riadok obrázku predstavuje 2 . 2 . 2 = 8 možností.

Keďže máme 16 riadkov a každý riadok predstavuje 8 možností, máme teda 16 . 8 = 128.

RIEŠENIE:
Našou figúrkou sa vieme 128 spôsobmi dostať do rohu šachovnice.

Základné rozdelenie trojuholníka na lichobežníky je také, že ho rozdelíme na čo najmenší počet lichobežníkov, a to sú 3.

Na 3 lichobežníky sa dá trojuholník rozdeliť takto:



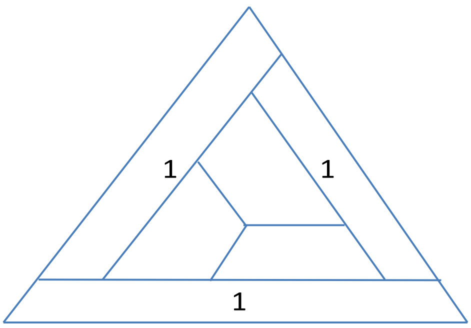
CD musí byť rovnobežné s GF

DF musí byť rovnobežné s BE

FE musí byť rovnobežné s GA

Týmto spôsobom sa dá lichobežník rozdeliť na 3 lichobežníky. Pričom je nekonečný počet možností, kam možno umiestniť bod F.

Ale sú aj iné možnosti na rozdelenie.

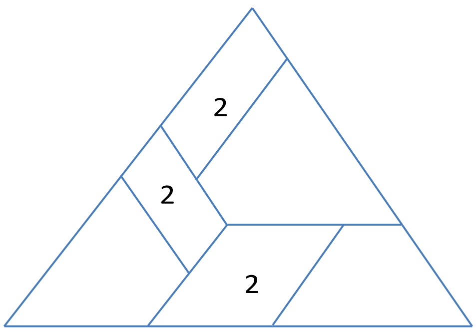


1 = novo dostané lichobežníky

Môžeme si lichobežníkmi urobiť ďalší trojuholník a tam urobiť základné rozdelenie.

Takýto „nový trojuholník“ si môžeme vytvoriť ***nekonečne veľa krát***.

Ale aj inak sa dá dostať dalšie riešenie.



2 = novo dostané lichobežníky

Zo základného rozdelenia môžeme rozdeliť už dostané lichobežníky na ***ľubovoľný počet lichobežníkov***.

Takto si môžeme stále dokola vytvárať nové trojuholníky alebo rozdeliť lichobežníky na ďalšie lichobežníky alebo oboje dokopy. Možností je nekonečne veľa.

RIEŠENIE:
Jožko mohol rozdeliť trojuholník na ľubovoľný počet lichobežníkov väčší ako 3.

Sebastián Hajdu, Príma, G. Grosslingová, Zimná séria, Kolo 2, Prémia

Uvažujem nad nasledujúcimi prioritami:
Neoplatí sa dávať počet kvapiek podľa toho, čo dal súper minule, lebo môže meniť taktiku.
Budem pracovať aj na základe zvykov:
Ľudia majú taký zvyk, že sa im nechce počítať, a tak dajú toľko kvapiek, pri ktorých sa veľmi nenapočítajú, napríklad 20, 20, 20, 20, 20, lebo všetci vedia, že jeto spolu 100. Na základe tohto zvyku ja nedám 20, ale 21, a môžem ľahko vyhrať.
Musíme mať minimálne 3 nádoby našej farby, aby sme vyhrali.
Ideme na to.

Toto je moja taktika a prečo ju používam:

- Základ: dáme 37 a 36 (to je jedno do akých nádob), aby keď si súper povie: „vieš čo, ja si tieto dve nádoby dám na 35 kvapiek, aby som prebil 33, 33, 34." Tieto dve čísla sú mojou hlavnou silou. Zaistím si nimi 2 nádoby mojej farby. Samozrejme je tu šanca, že súper na moje nádoby dá niečo vyššie, ako 40, ale vtedy je mizivá šanca, že mi trafí práve tie dve nádoby, do ktorých som ja dal veľa kvapiek, a okrem toho pritom oslabí svoje ostatné nádoby. Zostalo nám 27 kvapiek. Zatiaľ moje čísla: 36, 37, ?, ?, ?
- Teraz skúsime získať niektoré z nádob, do ktorých súper dá 0 alebo veľmi málo kvapiek. Po uvažovaní a overení v praxi (s mojím otcom a mamou sme hrali hry) som sa rozhodol pre 3. 3 je dobré, lebo súper si pomyslí: „no, on sa to možno pokúsi získať lacno, teda jednotkou, tak ja tam dám 2, aby som ho prebil." A aby som prebil ja 2, dám tam 3, a navyše, 3 je dostatočne malé číslo, aby keď ho odrátame od iných väčších čísel, veľmi im to neuškodí. Dáme túto 3 dvakrát. Zostalo nám 21 kvapiek. Zatiaľ moje čísla: 36, 37, 3, 3, ?
- Všetkých 21 kvapiek dáme do poslednej nádoby. Je to dobrý počet, lebo, keby súper proti mne dal 20, 20, 20, 20, 20, tak potom by som mu prebil 3, keďže mám takéto čísla: 37, 36, 3, 3, 21

Čo nás môže poraziť (jednoduchšie kombinácie):
40, 40, 20, 0, 0: Ak sa 20 trafí tam, kde mám 3, tak som prehral. Šanca: 5 ku 2
25, 25, 25, 25, 0: Ak sa s nulou trafí tam kde ja mám 36 alebo 37. Šanca: 5 ku 2
Väčšinou je tu malá šanca, že niekto si dá takéto počet kvapnutí, a tiež celkom malá šanca, že s nimi vyhrá, čo je uspokojivé. Samozrejme sa dá vyhrať aj s inými kombináciami, ale tie sú odvodené od týchto dvoch.
Záver tejto úlohy je nižšie, lebo som chcel, aby bol pokope, a nie na dvoch stranách.

MOJA STRATÉGIA
Takže som sa rozhodol pre takéto čísla:
36, 37, 3, 3, 21
A rozmiestnim ich takto:

	1. nádoba	2	3	4	5.
I.kolo	36	3	21	37	3
II.	3	36	3	21	37
III.	37	21	36	3	3

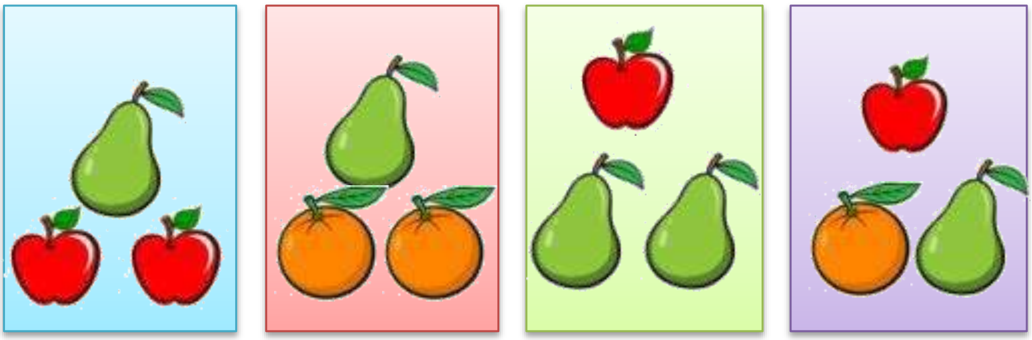
Takéto čísla použijem vo vašom turnaji, kde budete robiť zápasy riešiteľov, lebo tam nie sú živí hráči a preto mi nemôžu prekuknúť moju stratégiu a vymyslieť niečo proti tomu. Taktiku proti niekomu, kto stojí priamo predo mnou, a nehrá len podľa predtým určenej stratégie, mám nižšie.

Tu mám taktiku proti živému hráčovi:
Čísla, ktoré sme si zvolili, použijeme v prvých dvoch kolách, ale v poslednom kole si hráč určite všimne, že mám rovnaké čísla, a tak sa môže rozhodnúť pre takéto počty kvapnutí:
22, 22, 22, 22, 12
Je mizivá šanca, že súper dá 12 kvapiek práve do tej nádoby, kde ja dám 21, a tak by som mal 3 nádoby, a preto je veľká šanca, že prehrám, a tak urobím toto:
Uberiem z 37 a 36 po jednej kvapke a pridám tie 2 k našej 21. Potom z 21 bude 23, a to už 22 neprebije.

Mária Mederlyová
5.C
ZŠ Andreja Kmeťa, ul.M.R.Štefánika, Levice
Príklad číslo 1

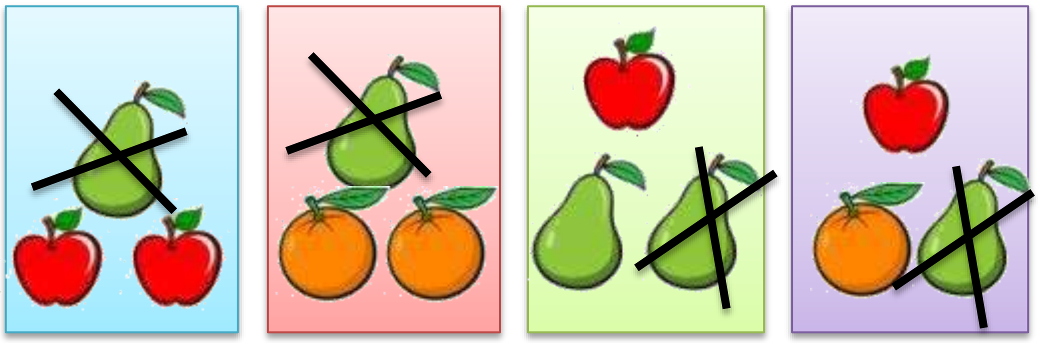
Miška mala 2. najľahší batoh

Najskôr som si zakreslila kto má čo v batohu, aby to bolo prehľadnejšie:



Ignác Viki Janka Miška

Potom som si uvedomila, že aspoň 1 hrušku nesie každý, takže pri počítaní môžeme všetkým škrtnúť 1 hrušku, keďže všetky vážia rovnako, každému uberieme rovnakú hmotnosť a poradie ťažkostí batohov sa uchová a zároveň je to prehľadnejšie.



Ignác Viki Janka Miška

Uvedomila som si, že hruška váži viac ako jablko lebo, hruška a jablko majú väčšiu hmotnosť ako 2 jablká, čo vieme podľa zadania, lebo sa tam píše, že Janka má ťažší batoh ako Ignác aj ako Viki a Ignác z nich 3 najľahší. Keďže Ignác má z nich troch najľahší batoh, 2 pomaranče musia byť ťažšie ako 2 jablká, takže pomaranče sú ťažšie ako jablká. Aby Janka mala ťažší batoh ako Viki, musia byť jablko a hruška ťažšie ako 2 pomaranče, z čoho vyplýva že hruška je ťažšia ako pomaranč. To znamená, že najťažšia je hruška potom je pomaranč a najľahšie je jablko.

Tak a teraz sa poďme pozrieť na Mišku. Miška nemá ťažší batoh ako Janka, lebo, keďže majú obidve jablko môžeme ho ignorovať a Janke zostane hruška a Miške pomaranč a hruška je ťažšia ako pomaranč, takže Janka má ťažší batoh ako Miška. Pri Viki je to podobne, len škrtnúť môžeme pomaranč a jablko je ľahšie ako pomaranč, čiže aj Viki má ťažší batoh ako Miška. Pri Ignácovi môžeme škrtnúť jablká a Miške ostane pomaranč a Ignácovi jablko a jablko je ľahšie ako pomaranč, takže Miška má ťažší batoh ako Ignác. Z toho vyplýva, že Ignác má najľahší batoh ***Miška je hneď po Ignácovi*** za ňou je Viki a najťažší batoh má Janka. *(Ten grobian Ignác nechal baby niesť ťažšie batohy, kým on má najľahší! Pche!)*

Mária Mederlyová
5.D
ZŠ Andreja Kmeťa, ul.M.R.Štefánika, Levice
Príklad číslo 2

Odpoveď: Hľadané číslo je 13357.

Zo zadania pre číslo ABBCD platí:

AxBxBxCxD = BAC

BxAxC = AC

AxC = C

Keďže sú písmená rôzne, tak sú aj číslice rôzne. Ak je niektoré z cifier nula, tak po vynásobení cifier dostaneme 0, čo nie je možné, lebo cifry majú byť rôzne (okrem BB). Ak A = 0, podľa prvej rovnice, aj B a C musia byť nula a D môže byť hocijaká cifra. Ak B je nula, tak aj A a C musia byť nula a D môže byť hocijaká cifra. Ak C=0, tak aj B a A sú nula a D môže byť hocijaká cifra.

Preto:

1. Aby platilo AxC=C, tak A musí byť 1
2. Aby platilo Bx1xC=1C, teda BxC=1C. Teraz musíme nájsť súčiny dvoch čísel, pri ktorých je výsledok 11-19 a zároveň posledná cifra je ako jedno z násobených čísel. To sú príklady:
   6x2=12 potom B =6 C=2
   3x5=15 potom B=3   C=5
3. Teraz zostavíme číslo ABBCD tak, aby nám vyšiel výsledok:

   Prvá možnosť: 1x6x6x2xD= 612   72xD=612   D= 612:72= 8.5 čo nie je celé číslo, takže túto možnosť zavrhujem.

   Druhá možnosť: 1x3x3x5xD= 315   45xD=315   D= 315:45 = 7

Takže hľadané číslo je 13357.

Mária Mederlyová
5.D
ZŠ Andreja Kmeťa, ul.M.R.Štefánika, Levice
Príklad číslo 4

Odpoveď: Je 8 možností: 1. 1002 a 5686 2. 1006 a 5682 3. 1082 a 5606 4. 1086 a 5602 5. 1686 a 5002 6. 1682 a 5006 7. 1602 a 5086 8. 1606 a 5082.

Najskôr som vybrala číslice, ktoré v digitálnej forme majú zmysel aj po obrátení. Sú to: 0,1,2,5,6,8,9. Všetky po obrátení ostávajú rovnaké okrem 6 a 9, ktoré sa po obrátení vymenia, to znamená 6 je po obrátení 9 a naopak. Tieto čísla som vybrala podľa naších digitáliek. Podľa zadania na začiatku ani na konci čísel nesmie byť 0.

Súčet čísel pred obrátením 6688

Súčet čísel po obrátení má byť 11896

Na konci súčtu posledných číslic pred obrátením má byť 8. Po obrátení dole hlavou sa tieto číslice dostanú na začiatok a ich súčet má byť 11. Súčtu 8 vyhovujú z vybratých čísel iba 6 a 2. Po obrátení je to 9 a 2, čo nám tiež vyhovuje, lebo 9+2=11.

Súčet predposledných číslic pred obrátením má byť 8. A po obrátení má byť ich súčet tiež 8. Čiže 6 a 2 to nemôžu byť, lebo po obrátení by to bolo 9 a 2. Môže to byť len 8 a 0, keďže vnútri čísel už môže byť aj cifra 0.

Súčet druhých číslic pred obrátením má byť 6 a po obrátení má byť 9. Preto nám tu vychádza iba 6 a 0 pred obrátením, čo je po obrátení 9 a 0.

Súčet prvých číslic pred obrátením má byť 6 a po obrátení tiež 6. Na to nám vyhovuje iba 1 a 5, ktoré sa po obrátení nezmenia.

Teraz nám už ostáva nájsť všetky kombinácie čísel, tak aby sme zachovali pravidlá (pracujeme s číslami pred obrátením):

1. Posledné cifry dvoch čísel musia byť jedna z nich 6 a druhá 2
2. Predposledné cifry musia byť jedna z nich 8 a druhá 0
3. Druhé cifry musia byť jedna z nich 0 a tá druhá 6
4. Prvé cifry musia byť 1 a 5

Prvé riešenie som si určila 1002 a 5686. Teraz vymeníme posledné cifry týchto čísel a vznikne nám druhé riešenie (viď odpoveď). Potom môžeme zameniť predposledné cifry 1. Riešenia a vznikne nám 3. riešenie, pri ktorom môžeme tiež vymeniť posledné cifry (4.riešenie). Potom z 1.riešenia môžeme zameniť druhé cifry (7.riešenie), v siedmom riešení zmeníme posledné cifry (8.riešenie). Z 8.rieš.zameníme predposledné cifry, čím vznikne 5.riešenie a v ňom zameníme posledné cifry a dostaneme 6. riešenie. Pri ďalších výmenách sa už riešenia opakujú. Prvé cifry sa namôžu zamieňať , lebo nám vzniknú tie isté čísla, ktoré sme už mali.

Mária Mederlyová
5.D
ZŠ Andreja Kmeťa, ul.M.R.Štefánika, Levice
Príklad číslo 5

Odpoveď: Možností prejdenia figúrky bolo 168.

Figúrka chodí hore a doprava, nemôže ísť dole a doľava. Za každým druhým ťahom sa hýbu Ω nepriatelia. Z toho vyplýva, že dráhu nepriateľa sa dá prekročiť vždy len priamo a v prvom ťahu po ťahu nepriateľa. Preto C8 nepriateľ sa dá prekročiť len z políčok B6 na D6, z B4 na D4 a z B2 na D2. Z B8 sa nedá prekročiť, lebo na B8 sa figúrka dostane na 8. ťah, a vtedy je nepriateľ na C8. Na políčko B2 sa dá dostať 2 spôsobmi, na políčko B4 4 spôsobmi a na políčko B6 šiestimi spôsobmi. Z radu D sa nedá na 2 ťahy prekročiť stĺpec F druhého nepriateľa. Keďže sa nedá ísť dole ani doľava, rad F môžeme prekročiť z bodov E3 do G3, z bodu 5E do 5G a z bodu 7E do 7G. Vynásobila som spôsoby ako sa dostať do jednotlivých bodov. Napríklad do bodu E7 sa dá dostať z bodu D6 dvomi spôsobmi, keďže do bodu D6 sa dovtedy dalo dostať 6 spôsobmi, 6.2 je 12 spôsobov. T o znamená, že spôsobov ako sa dostať do bodu E7 z A1 a prejsť pritom cez D6 je 12. Ďalej sa do bodu E7 dá dostať z bodu D4 štyrmi spôsobmi, kým do bodu D4 to boli 4 spôsoby. To znamená, že do bodu E7 sa dá dostať z A1 a prejsť pritom D4 je 4.4=16 spôsobmi. Ďalej sa dá do bodu E7 dostať ešte z bodu D2. Do bodu D2 sa dá dostať 2 spôsobmi a z D2 do E7 6 spôsobmi. To znamená, že do bodu E7 sa dá dostať z bodu A1 pri prechode cez D2 12 spôsobmi. Do bodu E7 sa teda dá dokopy dostať 40 spôsobmi. Podobne som vypočítala aj body E5 a E3, a potom aj cieľ H8, viď tabuľku:

	A	B	C	D	E	F	G	H
8			Ω			Ω		4.6+16.4+40.2=168
7					6.2+4.4+2.6=40		6.2+4.4+2.6=40	
6		6		6				
5					2.4+4.2=16		2.4+4.2=16	
4		4		4				
3					2.2=4		2.2=4	
2		2		2				
1			Ω			Ω		

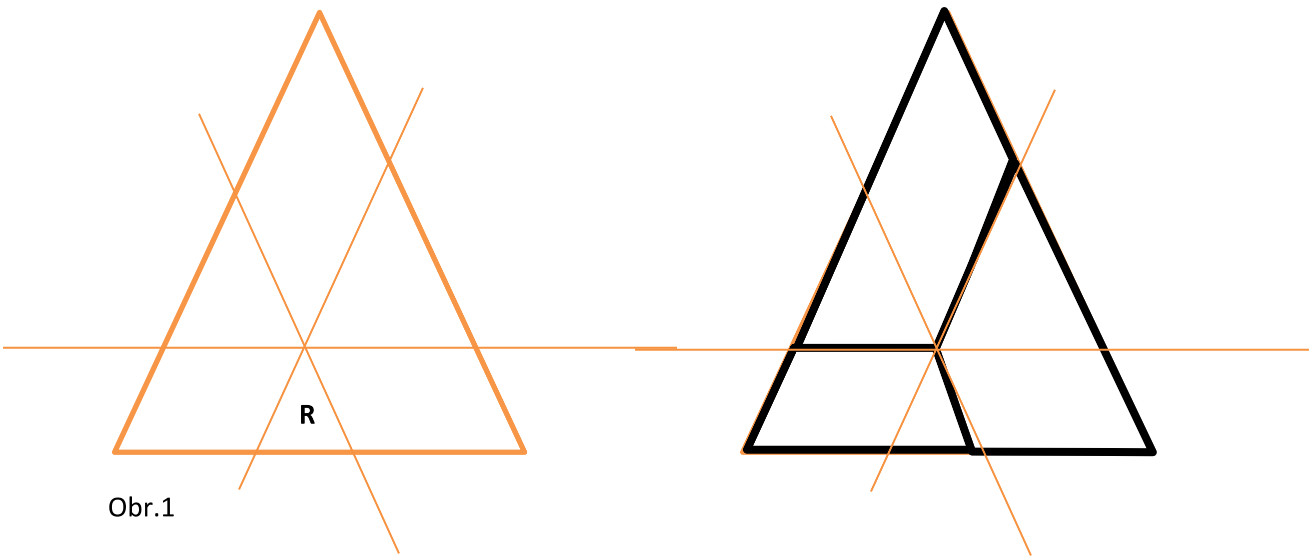
Mária Mederlyová
5.D
ZŠ Andreja Kmeťa, ul.M.R.Štefánika, Levice
Príklad číslo 6

Odpoveď: Jožko mohol trojuholník rozdeliť na 3 až nekonečno lichobežníkov.

Najskôr som chcela zistiť na koľko najmenej lichobežníkov sa dá trojuholník rozdeliť. Na dva lichobežníky sa nedá, lebo keď urobíme jeden, tak druhá časť je trojuholník.

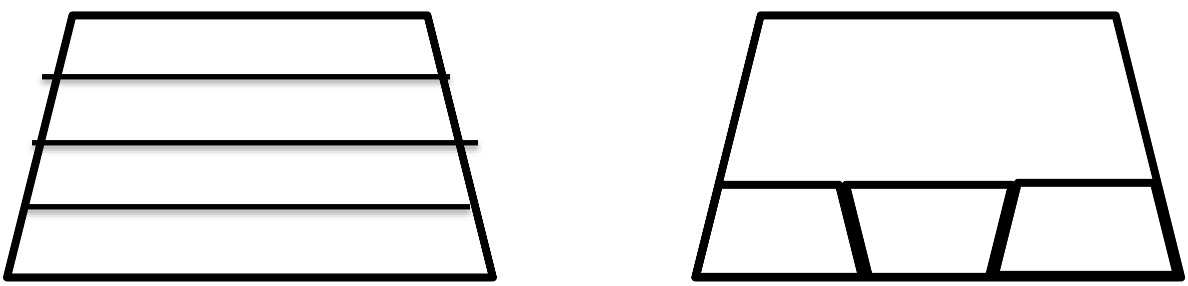
Na tri lichobežníky sa už trojuholník dá rozdeliť. Robila som to takto:

Určila som si jeden bod vnútri trojuholníka, ktorý môže byť hocikde, nazvime ho R. Potom som urobila rovnobežku na každú stranu trojuholníka, ktorá pretínala tento bod. Tieto rovnobežky mi odhalili 3 lichobežníky, viď obr.1.. Rovnobežky som robila preto, lebo lichobežník má dve strany rovnobežné.



Obr.1

Nekonečno lichobežníkov z 1 trojuholníka môže byť preto, lebo z trojuholníka môžeme odrezať vrch, čím dostaneme ďalší trojuholník a lichobežník. Trojuholník môžeme rozdeliť na 3 lichobežníky podľa predchádzajúceho postupu a ten lichobežník sa dá rozdeliť na nekonečno ďalších lichobežníkov, Obr.2:



Mária Mederlyová
5.C
ZŠ Andreja Kmeťa, ul.M.R.Štefánika, Levice
Príklad číslo Prémia

	1.nádoba	2.nádoba	2.nádoba	2.nádoba	2.nádoba
1	**30**	**31**	**10**	**10**	**19**
2	**10**	**10**	**32**	**30**	**18**
3	**20**	zvyšok	Ak dal súper v minulom kole viac ako 35 dám **20** inak **32**	Ak som vyhrala **20** inak **10**	**5**

Matúš Duchyňa
Sekunda
Grosslingová 18
Príklad číslo 3

Najprv som si napísal, ako môžem dostať súčet 4.
(beriem do úvahy, že v skupine nemôže byť jedno číslo)
1,1,1,1
1.1.2
2,2
3,1
Vždy, keď nájdem nejakú možnosť, kde nie je nejaká z týchto možností, tak mi ju nahradí nejaká iná.
(Možnosť, kde sú samé štvorky, nemôže byť)
Vždy môžem nájsť skupinu, ktorá dáva súčet 4.

Matúš Duchyňa
Grosslingová 18
Sekunda
Príklad číslo 4

Najprv som si napísal, aké čísla dávajú zmysel po otočení a aké čísla sú to.
čísla normálne otočené: 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9
otočené čísla: 0, 1, 2, 5, 9, 8, 9
Potom som si napísal, ako dostaneme čísla, ktoré máme dostať, aké to budú čísla po otočení a aký budú mať súčet tie otočené čísla.

					súčty
1	1	0	1	0	**1**
	2	9	2	6	**8**
	5	6	5	9	**14**
6	6	0	9	0	**9**
	1	5	1	5	**6**
	8	8	8	8	**16**
8	8	0	8	0	**8**
	2	6	2	9	**11**
	9	9	6	6	**12**
9	9	0	6	0	**6**
	1	8	1	8	**9**

Potom som si písal: v prvom čísle na poslednom mieste je 8. Po otočení mám dostať 11. Musím použiť možnosť s 2 a 6.
(zatiaľ moje čísla: 1. _ _ _ 2
2. _ _ _ 6)
V prvom čísle na predposlednom mieste je 8. Po otočení mám dostať 8. Musím použiť možnosť s 8 a 0.
(zatiaľ moje čísla: 1. _ _ 8 2
2. _ _ 0 6)
V prvom čísle na druhom mieste je 6. Po otočení mám dostať 9. Musím použiť možnosť s 6 a 0.
(zatiaľ moje čísla: 1. _ 6 8 2
2. _ 0 0 6)
V prvom čísle na prvom mieste je 6. Po otočení mám dostať 6. Musím použiť možnosť s 1 a 5.
(zatiaľ moje čísla: 1. 1 6 8 2
2. 5 0 0 6)
Mám čísla 1682 a 5006. Tie čísla nám dajú po sčítaní 6688. Po otočení máme čísla 2891 a 9005. Tie čísla nám dajú po sčítaní 11986. Ale tieto čísla môžeme medzi sebou kombinovať. Posledné číslo vymením s posledným. Predposledné číslo vymením s predposledným, a tak ďalej. Vzniknú mi tieto riešenia:

1	6	8	2	1	6	8	6	1	6	0	2	1	6	0	6
5	0	0	6	5	0	0	2	5	0	8	6	5	0	8	2
1	0	8	2	1	0	8	6	1	0	0	2	1	0	0	6
5	6	0	6	5	6	0	2	5	6	8	6	5	6	8	2
5	6	8	2	5	6	8	6	5	6	0	2	5	6	0	6
1	0	0	6	1	0	0	2	1	0	8	6	1	0	8	2
5	0	8	2	5	0	8	6	5	0	0	2	5	0	0	6
1	6	0	6	1	6	0	2	1	6	8	6	1	6	8	2

Matúš Duchyňa
Grosslingová 18
Sekunda
Príklad číslo 5

Keďže figúrka sa vie pohybovať iba hore a dole, tak vždy, keď sa pohnú nepriateľské figúrky, tak naša figúrka bude na bielom políčku. (bral som to tak, že vľavo dole je biela). Potom som si vyškrtal tie biele políčka, kde by figúrka umrela, alebo by sa tam nedostala, alebo by potom umrela. Potom som si napísal na každé biele políčko, na koľko rôznych spôsobov sa viem dostať do najbližších bielych políčok. (číslo vľavo znamená na koľko rôznych spôsobov sa viem dostať na políčko hore, číslo vpravo znamená na koľko rôznych spôsobov sa viem dostať na políčko hore vpravo a ak tam je iba jedno číslo, to znamená že sa viem dostať iba na jedno políčko)

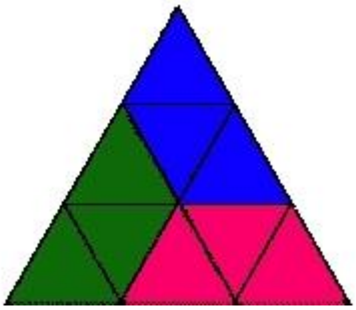
	X		X		X		
X		X		1		2	
	1		2		X		1
2		X		1,1		1,2	
	1,1		1,2		X		1
1,2		X		1,1		1,2	
	1,1		1,2		X		X
1,2		X		X		X	

Zistil som, že ak sa vydám hocijakou cestou a budem si písať čísla napísané na príslušnom políčku a tieto políčka vynásobím, tak mi vide 8. To znamená, že ak vypočítam všetky možnosti ako sa dostať z a1 do h8 po bielych a chcem tam započítať aj čierne, tak to stačí vynásobiť 8.
Toto sú všetky možnosti, ako sa tam dostať po bielych:
a1-a3-a5-b6-d6-e7-g7-h8
a1-a3-b4-b6-d6-e7-g7-h8
a1-a3-b4-d4-d6-e7-g7-h8
a1-a3-b4-d4-e5-e7-g7-h8
a1-a3-b4-d4-e5-g5-g7-h8
a1-a3-b4-d4-e5-g5-h6-h8
a1-b2-b4-b6-d6-e7-g7-h8
a1-b2-b4-d4-d6-e7-g7-h8
a1-b2-b4-d4-e5-e7-g7-h8
a1-b2-b4-d4-e5-g5-g7-h8
a1-b2-b4-d4-e5-g5-h6-h8
a1-b2-d2-d4-d6-e7-g7-h8
a1-b2-d2-d4-e5-e7-g7-h8
a1-b2-d2-d4-e5-g5-g7-h8
a1-b2-d2-d4-e5-g5-h6-h8
a1-b2-d2-e3-e5-g5-h6-h8
a1-b2-d2-e3-e5-g5-g7-h8
a1-b2-d2-e3-e5-e7-g7-h8
a1-b2-d2-e3-g3-g5-g7-h8

a1-b2-d2-e3-g3-g5-h6-h8
a1-b2-d2-e3-g3-h4-h6-h8
Vyšlo mi 21 možností. Týchto 21 možností vynásobím 8. Vyjde mi 168 možností.

Matúš Duchyňa
Grosslingová 18
Sekunda
Príklad číslo 6

Trojuholník môže byť rozdelený tak, že zo stredu /priesečník ťažníc/ spravím rovnobežnú čiaru s každou stranou.



Takto mi vzniknú najmenej tri lichobežníky.
Tieto lichobežníky môžem rozdeliť na viac lichobežníkov, takže môžem mať nekonečno lichobežníkov.
Tri lichobežníky vzniknú vždy /aj pri tupouhlom, ostrouhlom, pravouhlom, rovnostrannom aj rovnoramennom trojuholníku/.

Matúš Duchyňa
Grosslingová 18
Sekunda
Príklad číslo 7

Najprv som si príklad zjednodušil. Mám 4 zámky, každý strážca má 2 kľúče.
Potom som si vypísal všetky možnosti: 12 13 14 23 24 34
Potom som si uvedomil že, ak budú 4 strážcovia, tak budú dvaja takí, čo budú vedieť otvoriť všetky 4 zámky a to nemôže byť.
Potom som si našiel vzorec. n!:(k!*(n-k)!):2 4!:(2!*(4-2)!):2=3
Potom som si tento vzorec napísal pre 10 zámkov a 5 kľúčov a 42 zámkov a 21 kľúčov.
Riešenie:
10 zámkov 10!:(5!*(10-5)!):2=126 strážcov
42 zámkov 42!:(21!*(42-21)!):2=2,691289372*10^{11} strážcov

Matúš Duchyňa
Grosslingová 18
Sekunda
Prémia

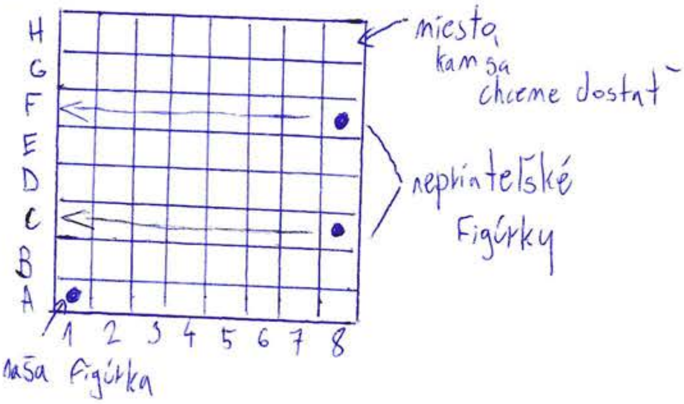
	1	2	3	4	5
1. kolo	25	25	25	25	0

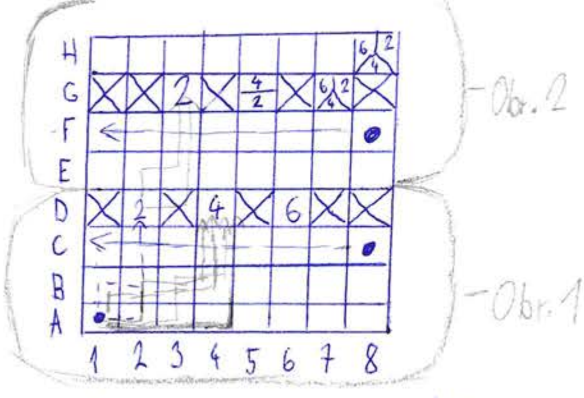
2. kolo tam, kde som prehral o najviac kvapiek, dám 0, všade dám o jedno viac ako súper, zbytok dám tam, kde bola 0

3. kolo tam, kde som prehral o najviac kvapiek dám 0, všade dám o jedno viac ako súper, zbytok dám tam, kde bola 0

Alex Gašparíková
9.C
ZŠ Karloveská 61
Príklad č. 5

Najprv si nakreslím šachovnicu.





Zatiaľ si nebudem všímať figúrku na F8, lebo teraz nie je dôležitá. Chcem sa v prvom rade dostať cez figúrku na C8. Ak pôjdem 2 krát dopredu, figúrka ma vyradí a iná cesta na D1 nie je. Preto sa na D1 nedá dostať. Skúsim ísť na D2. Idem dopredu, vpravo, dopredu, dopredu. Na D2 sa viem dostať aj druhým spôsobom. Najprv vpravo, potom 3x dopredu. Takto viem zistiť akými všetkými spôsobmi sa vie figúrka dostať do radu D. (obr. 1) Krížik znamená, že sa tam neviem dostať, lebo ma nepriateľská figúrka vyradí. Na to, aby som sa dostala na nejaké konkrétne miesto na plániku (napr. D3), treba vždy rovnaký počet ťahov. Na D3 sa neviem dostať, lebo potrebujem 5 ťahov, a pri štvrtom ma nepriateľská figúrka vyradí. Na D5 potrebujem 7 ťahov, na šiestom ťahu skončím. Na D8 sa teoreticky viem dostať, ale v ceste mi stojí figúrka, tak to nejde.
Teraz sa chcem dostať z radu D do radu G. Na G1 sa nedostanem, lebo figúrka vľavo ísť nevie. Na G2 sa tiež nedostanem, lebo ak pôjdem dopredu, dopredu, figúrka ma vyradí. Viem sa ale dostať na G3 ak pôjdem doprava a 3krát hore alebo hore doprava 2x hore. Teda na G3 sa viem dostať dvoma spôsobmi. Na G5 sa viem dostať 4 spôsobmi z D2 a dvoma z D4. (Obr. 2). Na G4, G6 ani G8 sa nedostanem. Na G7 sa dostanem dvoma spôsobmi z D6, štyrmi spôsobmi z D4 a šiestimi spôsobmi z D2. Teraz mi už nič nehrozí a ja veselo môžem ísť na H8. Z G3 šiestimi spôsobmi, z G5 štyrmi spôsobmi a z G7 dvoma.
A teraz už to len spočítať z A1 na D2 sú dva spôsoby z D2 do G3 sú tiež dva a z G3 do H8 je ich 6 čiže $2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$ spôsobov. A takto to vynásobiť pre všetky.

$2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$
$2 \cdot 6 \cdot 2 = 24$
$4 \cdot 2 \cdot 4 = 32$
$4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$
$6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$

Teraz sčítať: $24 + 32 + 24 + 32 + 32 + 24 = 168$

Figúrka sa vie bez vyradenia dostať z A1 do H8 168 spôsobmy.

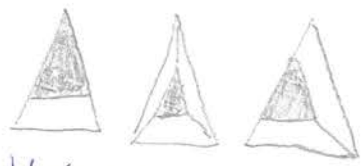
Alex Gašparíková
9.C
ZŠ Karloveská 61
Príklad č. 6

Najlepšie by bolo, keby bol △ABC rovnostranný, ale je to vpodstate jedno, lebo v inom △ lichobežníky iba zmenia svoj tvar.

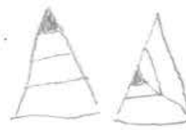
Lichobežník sa teoreticky dá rozdeliť na obrovský počet menších lichobežníkov. Stačí ho uprostred rozdeliť na polovicu a tie polovice na polovicu, a tie na polovicu...

Preto △y nebudem takto deliť.

A další problém: △ viem pomocou lichobežíkov, zmeniť na menší △:



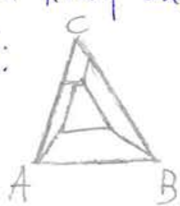
Potom by som nový vzniknutý △ mohla znova tak rozdeliť a ten další znova...



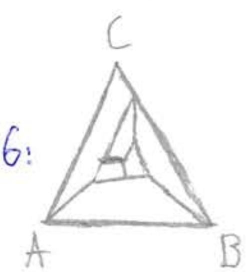
Preto treba hľadať také riešenia, kedy už nevzniknú dalšie △ a lichobežníkov tam bude minimálny počet.

Nie je možné rozdeliť △ na 3 lichobežníky, lebo buď vznikne štvrtý lichobežník alebo △. Najmenší počet, na ktorý sa dá △ rozdeliť je 4:

Potom sa dá rozdeliť na 5:



A na 6:



Samozrejme, spôsobmi uvedenými vyššie by sa dal rozdeliť aj na viac, ale toto sú vpodstate základné 3 spôsoby delenia.

Alex Gašparíková
9C
ZŠ Karloveská 61
Príklad č. 7

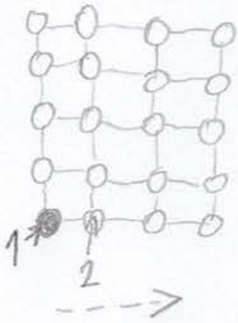
Takže: truhica a 10 zámkov, niekoľko strážcov a každý má 5 kľúčov. A existuje viacero kľúčov k jednému zámku.
Pretože strážca nemôže mať dva rovnaké kľúče, tak môžem mať 10·9·8·7·6 strážcov, čiže 30 240. To je celkom dosť. Ale! v týchto možnostiach (strážcoch) je určite viacero s rovnakou sadou kľúčov. A to nemôže byť... Preto musíme zistiť koľkatými spôsobmi sa dá jedna sada kľúčov nakombinovať. Na prvé miesto môže ísť 5 kľúčov, na druhé 4 ... Prosto 5·4·3·2·1 = 120.
Teraz vieme, že v 30 240 možnostiach je 120 možností vlastne 1 a tá istá možnosť. Preto musíme 30 240 vydeliť 120. 30 240 : 120 = 252
Ale! Medzi tými 252 možnosťami (strážcami) sú vždy dvojice také, ktoré spolu vedia otvoriť všetkých 10 zámkov, a preto to treba vydeliť ešte číslom 2.
252 : 2 = 126
V izbe teda môže byť 126 strážcov.
No akich tam je 42 (zámkov) a strážca má 21 kľúčov? Toto vypočítať neviem.
Vypočítala som to v prípade 12 zámkoch a 6 kľúčov: 12·11·10·9·8·7 = 665280
6·5·4·3·2·1 = 720
665280 : 720 = 924
924 : 2 = 462

A potom som to vypočítala aj pre 14 a 7, ale neprišla som na spôsob, podľa ktorého to stúpa, lebo to rozhodne nestúpa lineárne. Preto pre druhé viem povedať, (pre 42 z. a 21 k.) že strážcov tam bude viac, ale neviem koľko, lebo som nenašla žiadnu kalkulačku s dostatočným počtom miest.

Alex Gašparíková
9.C
ZŠ Karloveská 61
Príklad č. 8

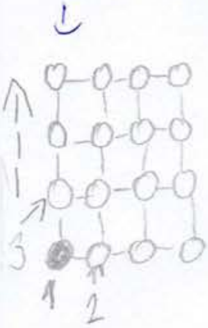
Farby sa budú označovať číslami.

Rovina s bodmi:

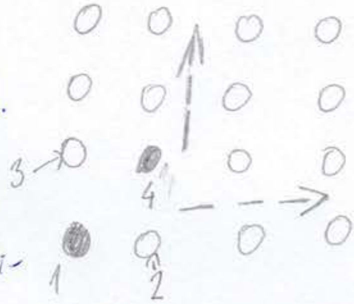


Ľavý dolný bod si označím farbou 1. Vpravo od neho si označíme bod farby 2. Vieme, že body po smere šípky môžu mať v tomto prípade iba farby 1 alebo 2 a žiadnu inú.

Teraz môžeme ísť smerom hore. Smerom hore si môžem dať farbu 1 alebo 2, ale pretože chceme mať čo najviac farieb, tak tam dám farbu 3. V smere šípky už môže byť iba farba 1 alebo 3 a žiadna iná.



Teraz vyberieme farbu 4 pre ďalší bod. V smere šípok už nemôže byť žiadna iná farba. A pretože v smere (aj v protismere) šípok iné farby byť nemôžu, tak už nikde na rovine nemôže byť ďalšia farba. Farby tam teda môžu byť maximálne 4.



Príklad možnej roviny:

3	4	3	4
1	1	2	2
3	4	3	4
1	1	2	2

Tu môžu byť iba 1 a 3

tu z dôvodu ostatných farieb môže byť iba farba 2, keby tam bola farba 3 tak priamka by mala viac ako 2 farby.

Alex Gašparíková
9.C
ZŠ Karloveská 61
Prémia

Stratégia	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
1. Kolo	1	31	25	31	12
2. Kolo	Ak vyhrám 1. Ak prehrám a hráč dá menej ako 28, o 2 viac ako dal on. Ak dal viac ako 28 tak 1. Ak sme dali rovnako 3.	Ak vyhrám 33. Ak prehrám 1. Ak sme dali rovnako 25.	Buď 1 alebo 0 podľa Nádoby 5.	30	Zvyšok do 100. Ak to bude viac ako 13, tak 1 do Nádoby 3.
3. Kolo	Toľko, koľko dal súper v prvom kole, ak nedal viac ako 30. Ak dal, tak 30. Ak dal 0, tak 1.	Ak som tu v oboch kolách vyhrala 10. Ak som tu v oboch prehrala 1. Ak som tu v jednom vyhrala al. v oboch remizovala 31.	Ak som v minulom kole vyhrala 1. Ak som prehrala a súper dal menej ako 25 tak 27. Ak dal viac, tak 3. Ak bola remíza 25.	Zvyšok do 100	31

* Poznámka k 3. kolu: V prípade, že kvapiek bude viac ako 100 uberajte kvapku v nasledovnom poradí do dorovnania. Uberajte po jednej kvapke: Nádoba 5, Nádoba 3, Nádoba 3, Nádoba 5, Nádoba 2, Nádoba 3, Nádoba 5, Nádoba 1, Nádoba 3, Nádoba 3, Nádoba 3, Nádoba 3, Nádoba 2, Nádoba 1, Nádoba 2, Nádoba 3, Nádoba 5, Nádoba 1, Nádoba 1.

Ak bude v Nádobe 4 0 kvapiek presunúť jednu z Nádoby 2.

Ak je niekde záporné číslo upraviť z Nádoby 5.

3. a 6. stĺpec rozdeľujú šachovnicu na 3 rovnaké časti.

Platí:

- v prvých dvoch častiach musím stráviť párny počet ťahov, potom musím využiť ťah, keď nepriateľské figúrky stoja a prekročiť nasledujúci stĺpec
- v ~~každom~~ každej časti idem raz doprava a pre i-tu časť x_i-krát hore, $x_1+x_2+x_3=7$, aby som sa dostal na ôsmy riadok

Keďže musím vždy spraviť párny počet ťahov a doprava idem raz, ~~...~~ x_1 a x_2 musia byť nepárne.
Teraz si vypíšem všetky možnosti, koľko spravím v ~~...~~ ktorej časti krokov:

i	1	2	3
x_i	1	1	5
	1	3	3
	1	5	1
	3	1	3
	3	3	1
	5	1	1

Pre každú časť ~~...~~ urobím x_i+1 krokov. Z nich môže byť „doprava" na ľubovoľnej pozícii. Takže mám vždy x_i+1 možností:

i	1	2	3	
x_i	1	1	5	$\rightarrow 2\cdot2\cdot6=24$
	1	3	3	$\rightarrow 2\cdot4\cdot4=32$
	1	5	1	$\rightarrow 2\cdot6\cdot2=24$
	3	1	3	$\rightarrow 4\cdot2\cdot4=32$
	3	3	1	$\rightarrow 4\cdot4\cdot2=32$
	5	1	1	$\rightarrow 6\cdot2\cdot2=24$

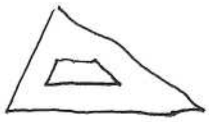
$\boxed{168}$

Dokopy mám 168 možností.

Vezmem si lichobežník a vložím ho do trojuholníka všetkými možnými spôsobmi:

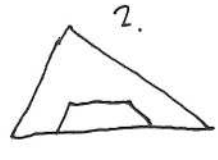
NEDOTÝKA SA ŽIADNEJ STRANY:

1.



DOTÝKA ČASTI JEDNEJ STRANY:

2.

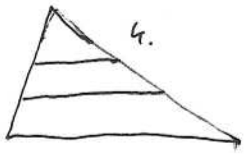


DOTÝKA SA ČASTÍ DVOCH STRÁN:

3.

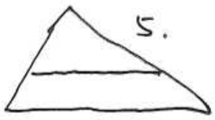
alebo

4.



DOTÝKA SA TROCH STRÁN:

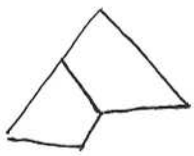
5.



~~1. možnosti zvyšná časť trojuholníka zložitá a nedá sa~~

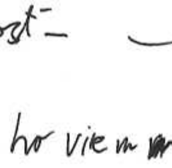
V žiadnej možnosti nie je zvyšok tiež lichobežník, takže sa nedá rozdeliť na 2.
Skúsim na 3:

1. možnosť – neviem rozdeliť na 2 lichobežníky
2. možnosť – ——— // ———
3. možnosť – viem to rozdeliť na 2 lichobežníky:

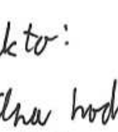


4. možnosť – zostal △ a ten neviem
5. možnosť – ——— // ———

Takže ho viem rozdeliť na 3 takto:



Maximálna hodnota neexistuje, lebo môžem k trojuholníku pridať lichobežník a stále to je trojuholník:



Takže lichobežníkov môže byť n; n∈{3;4....}.

Ku každej sade kľúčov existuje taká sada, s ktorou otvoria všetky zámky. Takže strážcovia môžu mať polovicu všetkých možných sád.

Počet všetkých možných sád vypočítam podľa vzorca kombinácií: $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

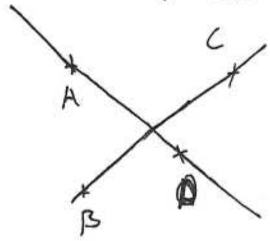
Takže strážcov môže byť najviac: $\frac{10!}{5!(10-5)!\cdot 2} = 126$.

V prípade 42 a 21: $\frac{42!}{21!(42-21)!\cdot 2} = 269\,128\,937\,220$

Ak by tam boli len 2 farby, určite sa nemôže stať, že budú 3 na jednej priamke.

Pri troch by sa to mohlo stať, ale nestane ak budem mať jednu dvojfarebnú priamku a zvyšok treťou farbou. Ak by sme pridali ďalší bod 1. farby mimo priamky, kde sú normálne, bol by na spojnici s 2. farbou bod 3. farby a to nemôže, rovnako je to s 2. farbou.

Keby sme mali 4 body rôznych farieb, vždy sa spojnice dvoch dvojíc bodov pretnú:



V tomto prípade sa pretína priamka s farbami A, D s priamkou s B, C. Podľa jednej priamky musí byť v bode pretnutia A/D a podľa druhej B/C. Keďže nemajú žiadnu spoločnú farbu, určite nebude platiť pravidlo, že na priamke môžu byť najviac 2 farby. Štyri farby v rovine nemôžu byť.

Najviac môžu byť na rovine 3 rôzne farby.

Strategia	Nadoba1	Nadoba2	Nadoba3	Nadoba4
1. kolo	30	30	10	15
2. kolo	Ak Ak tu v prvom kole súper kvapol 0 tak 20 inak 1	20	25	Ak som tu prehral v prvom kole, tak 5, inak 30
3. kolo	Ak je super hlupy 4	10	30	25

Nadoba5
15
Zvysok do 100
O 10 viac ako sem kvapol super v minulom kole

Tomáš Kováč
5.A
Základná škola s MŠ Hargašova 5, Bratislava
2.kolo, príklad č.1

Hmotnosť hrušky som si označil H, jablka – J, pomaranču – P.
Hmotnosti tašiek jednotlivých detí som si zapísal do tabuľky:

Meno	Hmotnosť tašky	
Ignác	J*2 + H	Najľahšiu
Viki	H + P*2	
Janka	J + H*2	Najťažšiu
Miška	J + H + P	

Keďže máme porovnať hmotnosti tašiek, tak musíme vedieť porovnať hmotnosti hrušky, jablka a pomaranča.
Ignácova taška je najľahšia. Pre porovnanie s Vikinou taškou platí:

J*2 + H < H + P*2
J*2 < P*2
J < P — Zistil som, že jablko je ľahšie ako pomaranč.

Jankina taška je najťažšia. Pre porovnanie s Miškinou taškou platí:

J + H + P < J + H*2
H + P < 2* H
P < H — Takže pomaranč je ľahší ako hruška.

Takže pre hmotnosti ovocia platí: J < P < H

Čo platí pre porovnanie Vikinej a Miškinej tašky?

H + P*2 ? J + H + P
P*2 ? J + P
P ? J — Vieme, že jablko je ľahšie ako pomaranč, takže:
P > J
P*2 > J + P
H + P*2 > J + H + P — Vikina taška je ťažšia ako Miškina.

Výsledok: Ignácova taška je ľahšia od Miškinej. Vikina a Jankina taška sú ťažšie. Jankina je najťažšia.

Skúška: Po dosadení napríklad: J=1, P=2, H=4 sú hmotnosti tašiek:
Ignácova 6, Miškina 7, Vikina 8, Jankina 9. OK

4.11.2016 Tomáš Kováč

Tomáš Kováč
5.A
Základná škola s MŠ Hargašova 5, Bratislava
2.kolo, príklad č.2

Uvedomil som si, že žiadne z čísel nemôže byť 0, lebo súčin cifier $\overline{ABBCD}$ by sa vždy rovnal 0 a teda by sme nikdy nemohli dostať $\overline{BAC}$.
Keďže vynásobením cifier A a C vznikne len C (a C nemôže byť 0), tak A musí byť 1 a C môže byť ľubovoľné.

A*C = C   =>   A = 1

Keďže vynásobením cifier $\overline{BAC}$ dostaneme $\overline{AC}$, tak musí platiť:

B*A*C = $\overline{AC}$
B*1*C = $\overline{1C}$ (po dosadení A = 1)
B*C = 10 + C

Vypísal som si všetky dvojice cifier (X < Y), ktorých súčin je >= 10 a zároveň je <= 19:

X	Y	súčin	B	C
2	5	10	-	-
2	6	12	6	2
2	7	14	-	-
2	8	16	-	-
2	9	18	-	-
3	4	12	-	-
3	5	15	3	5
3	6	18	-	-
4	4	16	-	-

Zistil som, že len dve možnosti vyhovujú: B=6, C=2 a B=3, C=5.
Pre každú z nich som sa pokúsil určiť D na základe súčinu cifier A*B*B*C*D = $\overline{BAC}$.

A=1, B=6, C=2:
1*6*6*2*D = 612
D = 612 / 72 = 8,5   nemá riešenie, lebo D musí byť celé číslo

A=1, B=3, C=5:
1*3*3*5*D = 315
D = 315 / 45 = 7   <u>Úloha má jediné riešenie $\overline{ABBCD}$ = 13357.</u>

4. 11. 2016   Tomáš Kováč

n 3 1/2

Tomáš Kováč

5.A

Základná škola s MŠ Hargašova 5, Bratislava

2.kolo, Príklad č.3

Vypísal som si všetky možnosti ako dosiahnuť súčet 4:

4 = 1 + 1 + 1 + 1
4 = 1 + 1 + 2
4 = 1 + 3
4 = 2 + 2
4 = 4

Pri hľadaní 8 prirodzených čísel ich môžeme usporiadať do postupnosti tak, že prvé číslo bude najmenšie a každé ďalšie bude väčšie alebo rovné predchádzajúcemu. Toto nám umožní jednoducho prejsť všetkými možnými postupnosťami a na žiadnu nezabudnúť. Postupne ukážeme, že všetky postupnosti, ktoré neobsahujú žiadnu skupinku čísel so súčtom 4 (podľa vyššie uvedenej tabuľky), musia mať súčet väčší ako 20.

Postupnosť začínajúca najmenšími číslami môže začínať tromi jednotkami.
Štvrté číslo už nemôže byť 1, pretože súčet prvých štyroch čísel by bol 4.
Štvrté číslo nemôže byť ani 2, pretože súčet druhého, tretieho a štvrtého čísla by bol 4.
Štvrté číslo nemôže byť ani 3, pretože súčet tretieho a štvrtého čísla by bol 4.
Štvrté číslo nemôže byť ani 4, pretože samotné číslo 4 vytvára skupinku so súčtom 4 – preto ho nebudeme môcť nikde v našej postupnosti použiť.
Štvrté číslo musí byť najmenej 5, potom nebude možné vytvoriť skupinku so súčtom 4.
Všetky ďalšie čísla musia byť taktiež väčšie alebo rovné 5.
Súčet čísel v tejto postupnosti však bude najmenej 28 (=1+1+1+5+5+5+5+5) – to znamená, že takto nevieme vytvoriť postupnosť so súčtom 20.

Ďalšia postupnosť, ktorá nezačína tromi jednotkami, začína dvoma jednotkami a tretie číslo podobne nemôže byť 2, 3 ani 4. Opäť môže byť najmenej 5 a taktiež aj ďalšie čísla. Súčet bude najmenej 32 (=1+1+5+5+5+5+5+5).

Všetky možnosti ako sa dajú vytvoriť takéto postupnosti som zapísal do tabuľky:

Postupnosť čísel	**Súčet**
1, 1, 1, ostatné čísla budú >=5	súčet bude >= 28
1, 1, ostatné čísla budú >=5	súčet bude >= 32
1, 2, ostatné čísla budú >=5	súčet bude >= 33
2, ostatné čísla budú 3 alebo >=5	súčet bude >= 23
všetky čísla budú 3 alebo >=5	súčet bude >= 24

6. 11. 2016

Tomáš Kováč

N3 2/2

Výsledok: Keďže súčty pre všetky možnosti vytvorenia postupností sú vždy väčšie ako 20, tak nie je možné vytvoriť žiadnu takú postupnosť, ktorá by neobsahovala skupinku čísel so súčtom 4. Preto jediný spôsob ako môže mať 8 prirodzených čísel súčet 20 je, že budú obsahovať skupinku čísel so súčtom 4 (napríklad: 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3).

№ 4 1/2

Tomáš Kováč
5.A
Základná škola s MŠ Hargašova 5, Bratislava
2.kolo, Príklad č.4

Určil som aké čísla dostaneme po otočení dole hlavou (apostrof ' označuje otočené čísla):

1' = 1	**2'** = 2	**3'** = nedáva zmysel
4' = nedáva zmysel	**5'** = 5	**6'** = 9
7' = nedáva zmysel	**8'** = 8	**9'** = 6

Písmenami A, B, C... H som si označil neznáme cifry na Kevinovom papieri.

```
  A B C D            H' G' F' E'
+ E F G H          + D' C' B' A'
---------------    -----------------
  6 6 8 8          1  1  8  9  6
```

Najskôr som hľadal iba také riešenia, pre ktoré platí: A <= E, B <= F, C <= G a D <= H. Pretože pri sčítavaní nezáleží na poradí sčítancov.
Keďže posledná cifra prvého výsledku je 8, tak súčet D a H musí byť 8 alebo 18.
Určíme všetky možné riešenia D a H pre **D + H = 8**:

- D = 0, H = 8 -> D' = 0, H' = 8 -> nemôže byť,
  lebo číslo D' C' B' A' nemôže začínať nulou
- D = 1, H = 7 -> 7' nedáva zmysel
- **D = 2, H = 6** -> D' = 2, H' = 9 -> H' + D' = 11, vyhovuje
  (súčet G' + C' však musí byť bez prenosu)
- D = 3, H = 5 -> 3' nedáva zmysel
- D = 4, H = 4 -> 4' nedáva zmysel

Určíme všetky možné riešenia D a H pre **D + H = 18**:

- D = 9, H = 9 -> D' = 6, H' = 6 -> H' + D' = 12, nemôže byť,
  lebo súčet H' + D' musí byť 11 alebo 10

Keďže predposledná cifra prvého výsledku je 8, tak súčet C a G musí byť 8 alebo 18.
Určíme všetky možné riešenia C a G pre **C + G = 8**:

- **C = 0, G = 8** -> C' = 0, G' = 8 -> G' + C' = 8, vyhovuje
  (súčet F' + B' však musí byť bez prenosu)
- C = 2, G = 6 -> C' = 2, G' = 9 -> G' + C' = 11, nemôže byť,
  lebo súčet G' + C' musí byť 8 alebo 7
- ostatné nedávajú zmysel po otočení

6. 11. 2016 Tomáš Kováč

1N4 2/2

Určíme všetky možné riešenia C a G pre **C + G = 18**:

- C = 9, G = 9 -> C' = 6, G' = 6 -> G' + C' = 12, nemôže byť,
  lebo súčet G' + C' musí byť 8 alebo 7

Keďže druhá cifra prvého výsledku je 6, tak súčet B a F musí byť 6 alebo 16.

Určíme všetky možné riešenia B a F pre **B + F = 6**:

- **B = 0, F = 6** -> B' = 0, F' = 9 -> F' + B' = 9, vyhovuje
  (súčet E' + A' však musí byť bez prenosu)
- B = 1, F = 5 -> B' = 1, F' = 5 -> F' + B' = 6, nemôže byť,
  lebo súčet F' + B' musí byť 9 alebo 8
- ostatné nedávajú zmysel po otočení

Určíme všetky možné riešenia B a F pre **B + F = 16**:

- B = 7, F = 9 -> 7' nedáva zmysel
- B = 8, F = 8 -> B' = 8, F' = 8 -> F' + B' = 16, nemôže byť,
  lebo súčet F' + B' musí byť 9 alebo 8

Keďže prvá cifra prvého výsledku je 6, tak súčet A a E musí byť 6.

Určíme všetky možné riešenia A a E pre **A + E = 6**:

- A = 0, E = 6 -> A' = 0, E' = 9 -> E' + A' = 9, nemôže byť,
  lebo súčet E' + A' musí byť 6
- **A = 1, E = 5** -> A' = 1, E' = 5 -> E' + A' = 6, vyhovuje
- ostatné nedávajú zmysel po otočení

Takže existuje iba jediné riešenie: **A = 1, B = 0, C = 0, D = 2, E = 5, F = 6, G = 8, H = 6.**

Kevin mohol mať na papieri napísané napríklad tieto čísla: 1002 a 5686.

Ďalšie riešenia (Sárine čísla) získame tak, že cifry na rovnakých pozíciách postupne povymieňame: A <-> E, B <-> F, C <-> G a D <-> H.

Takto dostaneme všetky riešenia:

Menšie číslo	Väčšie číslo
1002	5686
1006	5682
1082	5606
1086	5602
1602	5086
1606	5082
1682	5006
1686	5002

Výsledok: existuje 8 rôznych dvojíc čísel (v prípade, že nezáleží na ich poradí) - Sára teda mohla mať na papieri napísaných 7 iných dvojíc čísel ako Kevin. Ak záleží na poradí, tak potom celkovo existuje 16 rôznych dvojíc čísel.

Tomáš Kováč
5.A
Základná škola s MŠ Hargašova 5, Bratislava
2.kolo, Príklad č.5

Na políčka šachovnice som si napísal čísla súvisiace s pohybom figúrky:

- číslo v zátvorkách znamená počet ťahov, na koľko sa dá dostať na dané políčka,
- číslo pred zátvorkou znamená počet spôsobov, koľkými sa dá dostať na dané políčko.

Napríklad pre šachovnicu 4x4 (bez nepriateľských figúrok) budú čísla takéto:

4	1 (3)	4 (4)	10 (5)	20 (6)
3	1 (2)	3 (3)	6 (4)	10 (5)
2	1 (1)	2 (2)	3 (3)	4 (4)
1	1 (0)	1 (1)	1 (2)	1 (3)
	A	**B**	**C**	**D**

Naša figúrka začína na v ľavom dolnom rohu – to je nultý ťah a dá sa tam dostať jedným spôsobom. Počet ťahov sa zvyšuje s každým pohybom vpravo alebo nahor. Počet spôsobov vypočítame ako súčet počtov na políčku vľavo a na políčku dole.
Takže do pravého horného rohu šachovnice 4x4 sa dá dostať na 6 ťahov a 20 spôsobmi.

Pre šachovnicu zo zadania som čísla vypočítal podobne, ale počítal som aj s pohybom nepriateľských figúrok. Nepriateľské figúrky vyradia našu figúrku, ak stojí na stĺpci C alebo F v ľubovoľnom párnom ťahu. Políčkam v týchto stĺpcoch, na ktoré figúrka stúpi v párnych ťahoch, sa musíme vyhnúť, a preto som si ich označil písmenom X – z týchto políčok sa nedá žiadnym spôsobom dostať na ďalšie políčka. Písmenom X som si označil aj ďalšie políčka v ostaných stĺpcoch, na ktoré sa tiež nedá dostať.

Výsledné čísla budú takéto:

8	1 (7)	8 (8)	8 (9)	20 (10)	60 (11)	X	60 (13)	168 (14)
7	1 (6)	7 (7)	X	12 (9)	40 (10)	40 (11)	60 (12)	108 (13)
6	1 (5)	6 (6)	6 (7)	12 (8)	28 (9)	X	20 (11)	48 (12)
5	1 (4)	5 (5)	X	6 (7)	16 (8)	16 (9)	20 (10)	28 (11)
4	1 (3)	4 (4)	4 (5)	6 (6)	10 (7)	X	4 (9)	8 (10)
3	1 (2)	3 (3)	X	2 (5)	4 (6)	4 (7)	4 (8)	4 (9)
2	1 (1)	2 (2)	2 (3)	2 (4)	2 (5)	X	X	X
1	1 (0)	1 (1)	X	X	X	X	X	X
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**

Výsledok: <u>do pravého horného rohu vašej šachovnice sa dá dostať na 14 ťahov a 168 spôsobmi</u>.

5. 11. 2016 Tomáš Kováč

Tomáš Kováč

5.A

Základná škola s MŠ Hargašova 5, Bratislava

2.kolo, Prémia

Moja stratégia:

Stratégia	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
1. kolo	26	2	3	35	34
2. kolo	3	34	2	26	35
3. kolo	35	2	26	34	3

5. 11. 2016 Tomáš Kováč

Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

Príklad č.4

Postup:
Ako prvé som si vypísal všetky číslice, ktoré dávajú zhora aj zdola zmysel. Spravil som to tak, že som si napísal všetky číslice v digitálkach a pod ne som si napísal všetky číslice bez otočenia. Potom som otočil papier a napísal som si znova čísla pod ne. Tie, ktoré sa zhodovali z digitálkami tie dávajú zmysel aj zhora aj zdola. Sú to 0, 1, 2, 5, 6, 8 a 9. Potom som si vypočítal koľko štvorciferných čísel sa dá spraviť z týchto číslic. Je ich 1584. To je veľmi veľa kombinácii preto som si začal vypisovať nejaké obmedzenie. Najprv som spravil obmedzenia pre súčet 6688. Začal som 4. pozíciou. Pre 4. pozíciu musí byť súčet 6. Spravil som si tabuľku. V nej som si značil či daná číslica môže byť na danej pozícii. Ak môže napísal som si pod ňu, s ktorou druhou číslicou môže byť. Takto som pokračoval s ďalšími pozíciami. Pre pozície 1, 2 a 3 som musel pridať aj možnosť s prechodom cez desiatku, lebo som nevedel či bude v predchádzajúcej možnosti prechod cez desiatku. Tento istý spôsob som použil aj pri tabuľke pre číslo 11896. Len na prvej pozícii môžu byť čísla len, ktorých súčet je väčší ako desať. Inak by číslo 11896 bolo štvorciferné.

6688

	0	1	2	5	6	8	9
4.poz	x	x		x		x	
s čím			6		2		9
3.poz		x		x			
s čím	8		6		2	0	9
3.poz cez 10	x						
s čím		6	5	2	1	9	8
2.poz			x				x
s čím	6	5		1	0	8	
2.poz cez 10		x	x			x	
s čím	5			0	9		6
1.poz	x		x			x	x
s čím		5		1	0		
1.poz cez 10	x	x	x		x	x	x
s čím				0			

11896

	0	1	2	5	6	8	9
4.poz	x		x				x
s čím		5		1	0	8	
3.poz			x	x	x		
s čím	9	8				1	0
3.poz cez 10		x		x			x
s čím	8		6		2	0	
2.poz		x		x			
s čím	8		2		2	0	9
2.poz cez 10							
s čím							
1.poz	x	x				x	
s čím			9	6	5		2
1.poz cez 10	x				x		
s čím		9	8	5		2	1

Potom som začal porovnávať 4. pozíciu súčtu 6688 s prvou pozíciou súčtu 11896. 4. pozícia 6688 bude prvá pozícia obrátená 11896. Napríklad ak na 4. pozícii 6688 je kombinácia 62 tak na 1. pozícii 11896 je kombinácia 29. Táto kombinácia je možná lebo pri 6688 je súčet 8 a pri 11896 je súčet 11. Takto som začal porovnávať všetky ostané kombinácie. Aby som si pomohol pri tomto porovnávaní tak som si napísal čo vznikne z daného čísla po prevrátení, napísal som si toto 0=0, 1=1, 2=2, 5=5, 6=9, 8=8 a 9=6. Vznikla mi kombinácia:

```
 1 0 0 6        2 8 6 5
 5 6 8 2        9 0 0 1
--------     ----------
 6 6 8 8    1 1 8 9 6
```

Keď vymením dve cifry, ktoré sú nad sebou medzi sebou vznikne mi rovnaký súčet ale iné čísla.
Z tohto vyplýva, že je viac kombinácii pre tento príklad. Kombinácii je 16.

Riešenie:
Kevin mohol mať napísaných 16 kombinácii.

Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

Ak si Kevin vybral jedno kombináciu tak Sára mohla mať iné čísla dostať rovnaký výsledok.
Mohla mať na výber 15 kombinácii.

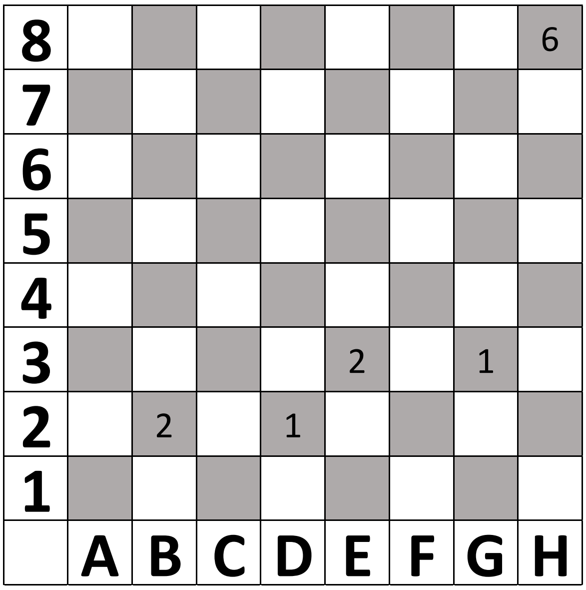
Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

Príklad č.5

Postup:
Pri riešení tohto príkladu som si pomohol šachovnicou. Najprv som si začal vypisovať informácie, ktoré som zistil:

1. Z A1 do H8 sa dostanem na 14 ťahov
2. Po riadku 8 nemôžem chodiť, lebo ma vyradí figúrka na F89
3. Musím ísť 7-krát hore a 7-krát doprava
4. Stĺpec C musím prekonávať bez toho aby som bol vyradení zo stĺpca B z jeho čiernych políčok dvomi pohybmi doprava a stĺpec F prekonávať bez toho aby som bol vyradení zo stĺpca E z jeho čiernych políčok dvomi pohybmi doprava
5. Keď budem v stĺpci C alebo F na bielom políčku musím ísť doprava, aby som nebol vyradení a keď som na čiernom políčku moja figúrka bude vyradená

Keď som mal tieto body napísané na šachovnicu som si začal písať koľko kombinácii mám ako sa dostať na dané políčko z predchádzajúceho označeného políčka. Každá šachovnica značí inú cestu. Začal som cestou 1.Išiel som od cieľového políčka k štartovaciemu. Postup pri určovaní koľko spôsobmi sa dostanem do cieľa je takýto. Vynásobím počet spôsobov dostania sa na dané políčko počtom spôsobov, ktorými sa dostanem na predchádzajúce. Čiže z G3 je 6 spôsobov dostania sa do cieľa, na G3 sa dostanem jedným spôsobom čiže z G3 sa do cieľa dostanem šiestimi spôsobmi. E3 sa do cieľa dostanem vypočítaním 2x6 preto, lebo z G3 sa dostanem šiestimi spôsobmi do cieľa a neE3 zasa dvomi spôsobmi. Na D1 som sa dostal jedným spôsobom čiže odtiaľ je 12 spôsobov ako sa dostať do cieľa. Na B2 som sa dostal dvoma spôsobmi, tak musím vynásobiť 2x12 a mám 24 spôsobov ako sa dostať do cieľa z B2. Na A1 som začínal čiže ako keby som sa dostal na A1 jedným spôsobom. Z A1 je pri „ceste 1“ 24 spôsobov ako sa dostať do cieľa. Tento istý postup som používal aj pri ostatných cestách. Pri ceste 2 je 32 spôsobov. Pri ceste 3 je ich 24. Pri ceste 4 zas 32. Pri ceste 5 je 32 spôsobov. Pri ceste 6 zas 24. Aby som zistil koľko ich je spolu čiže koľko je spôsobov ako sa dá dostať z A1 do H8 mi stačí všetky spôsoby všetkých ciest spočítať. Spolu ich je 168.



Cesta 1

Riešenie:
Vieme sa dostať z A1 do H8 bez toho aby bola naša figúrka vyradená 168 spôsobmi.

Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

8								4
7								
6								
5					4		1	
4								
3								
2		2		1				
1								
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**

Cesta 2

8								2
7					6		1	
6								
5								
4								
3								
2		2		1				
1								
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**

Cesta 3

8								4
7								
6								
5					2		1	
4		4		1				
3								
2								
1								
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**

Cesta 4

8								2
7					4		1	
6								
5								
4		4		1				
3								
2								
1								
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**

Cesta 5

8								2
7					2		1	
6		6		1				
5								
4								
3								
2								
1								
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**

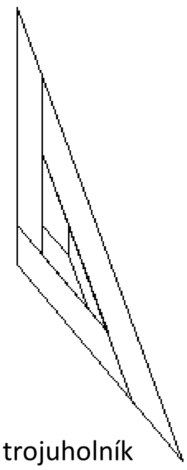
Cesta 6

Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

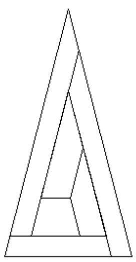
Príklad č.6

Postup:
V zadaní nebolo povedané o aký typ trojuholníka ide. To znamená, že som postupne vyskúšal rozdeliť na lichobežníky všetky typy trojuholníkov. Začal som pri ostrouhlom. Tam som našiel nejaké rozloženie. Potom som podobné rozloženie skúšal aj v pravouhlom, rovnostrannom, rovnoramennom a v tupouhlom trojuholníku. Vo všetkých týchto útvaroch mi tie rozloženia vyšli, čiže mi tam neostalo ani jedno voľné miesto, bolo to celé vyplnené lichobežníkmi. Keď som tieto kombinácie mal začal som rozmýšľať aké ďalšie kombinácie tam môžu byť. Tie lichobežníky sa môžu deliť na polovicu a vzniknú tak ďalšie lichobežníky. Pri všetkých trojuholníkov tie najväčšie lichobežníky sa musia deliť tak, že jedna strana musí ísť kolmo, druhá šikmo. Názorne je to popísané na obrázku „Tupouhlý trojuholník s delením 1“. Inak by vznikali obdĺžniky alebo kosodĺžniky. Toto je jeden spôsob delenia. Toto delenie je teoreticky možné do nekonečna. Druhý spôsob je taký, že tie tri veľké lichobežníky môžem stále zmenšovať a posúvať do stredu a až potom môžem urobiť zakončovací vzor. Názorne je to popísané v obrázku „Tupouhlý trojuholník s delením 2“. Aj túto možnosť je možné opakovať až do nekonečna. Potom je tu tretia možnosť. V tejto možnosti budem ten vzor z trojuholníka ABC zmenšovať a tým docielim to, že budem menšie trojuholníky dávať do väčšieho a tým ho zaplním. Keďže platí, že každý trojuholník sa dá rozdeliť na hocikoľko menších trojuholníkov s rovnakými uhlami ako má trojuholník ABC tak môžem do tých malých trojuholníkov dávať rovnaký vzor z lichobežníkov ako v trojuholníku ABC. Túto možnosť môžem tiež opakovať do nekonečna. Z toho vyplýva, že trojuholník ABC s dá rozdeliť na nekonečno lichobežníkov.

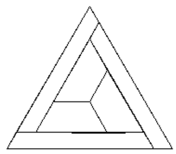
Riešenie:
Lichobežníkov mohlo byť nekonečno.
Všetkých možností je nekonečno, toľko veľa by som ich tu nevedel napísať.



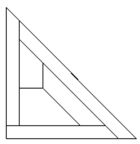
Tupouhlý trojuholník



Rovnoramenný trojuholník

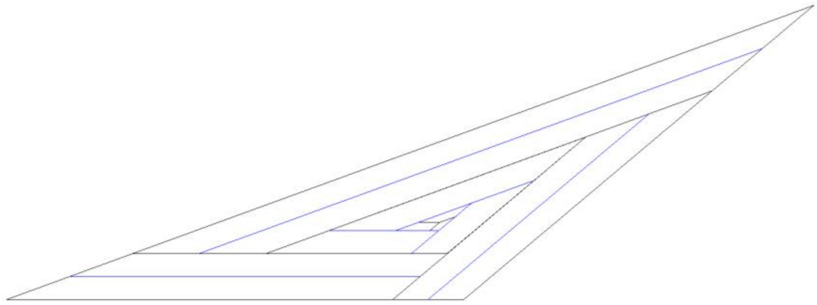


Rovnostranný trojuholník

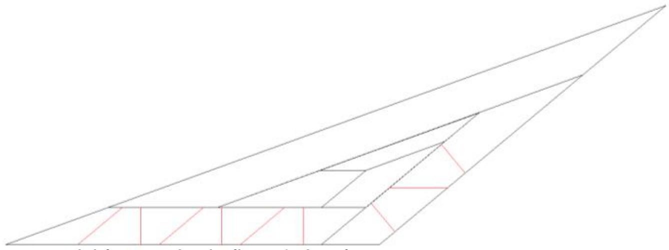


Pravouhlý trojuholník

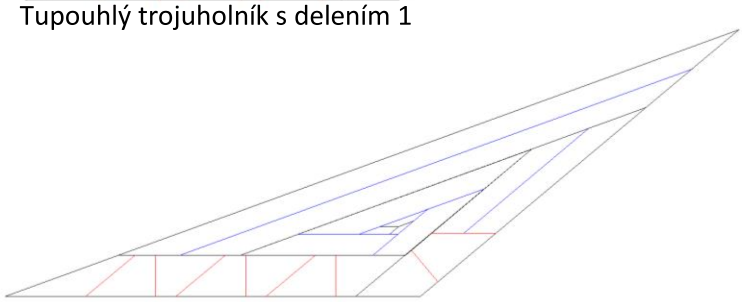
Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou



Tupouhlý trojuholník s delením 2



Tupouhlý trojuholník s delením 1



Tupouhlý trojuholník s kombináciou delení 1 a 2

Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

Príklad č.7

Postup:

Najprv som si vypísal podmienky zo zadania:

1. Každý strážca má pri sebe práve 5 kľúčov, z ktorých každý otvára práve jeden zámok
2. Neexistujú dvaja strážcovia, ktorý majú kľúče k rovnakým 5 zámkom (čiže rovnakú sadu kľúčov)
3. Neexistujú dvaja strážcovia, ktorý by spolu vedeli odomknúť všetkých 10 zámkov

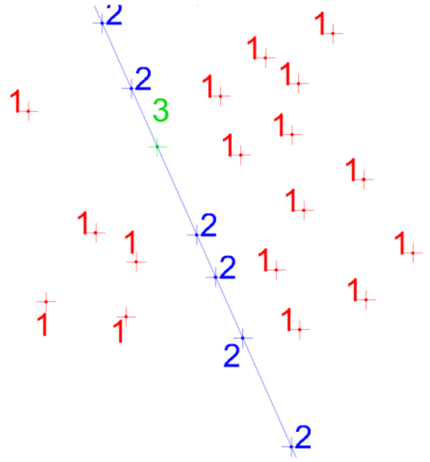
Takže potrebujem vybrať 5 čísel z 10. Na internete som si našiel vzorec na vypočítanie kombinácii pre toto. Počíta sa to takto:
Vynásobím medzi sebou počet čísel na prvej, druhej, tretej, štvrtej, piatej kombinácii a vydelím to vynásobením najmenších piatich číslic čiže 1, 2, 3, 4 a 5. Vznikne mi toto $\frac{10*9*8*7*6}{1*2*3*4*5}$. Výsledok je 252. Tento vzorec som si overil na niečom menšom ako 5 čísel z 10 napríklad 2 čísla zo 4. Vypísaním kombinácii mi ich vyšlo 6 a vzorcom $\frac{4*3}{1*2}$ tiež 6. Potom na tejto kombinácii som zistil kde už nebude platiť pravidlo 3 zo zadania. Z toho som zistil, že keď rozdelím počet kombinácii na dve polovice tak aby bolo splnené to pravidlo musia mať strážcovia vždy kľúče iba z jednej polovice, lebo kľúče z jednej polovice majú páry v druhej polovici a to také, že spolu dva páry čiže dvaja strážcovia by dokázali odomknúť všetkých 10 zámkov čo je v rozpore so zadaním. Keďže je 252 kombinácii kľúčov, z čoho iba polovica spĺňa podmienky zo zadania v izbe môže byť iba 126 kombinácii kľúčov čiže 126 strážcov. V druhej otázke som postupoval podobne ako pri prvej. Iba som pozmenil čísla vo vzorci a inak to bol presne taký istý postup.
Vzorec bol tento raz takýto $\frac{42*41*40*39*38*37*36*35*34*33*32*31*30*29*28*27*26*25*24*23*22}{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10*11*12*13*14*15*16*17*18*19*20*21}$.
Vyšlo mi číslo 538257874440. To treba vydeliť ešte dvomi aby som získal počet strážcov. Počet strážcov je 269128937220.

Riešenie:
Pre 10 zámkov je maximálny počet strážcov v miestnosti 126.
Pre 42 zámkov je maximálny počet strážcov v miestnosti 269128937220.

Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

Príklad č.8

Postup:
Ako prvé som si zadefinoval rovinu. Rovina je určená troma rôznymi bodmi, alebo priamkou a bodom, ktorý neleží na tejto priamke, alebo dvoma rovnobežnými netotožnými priamkami. Namiesto farieb som na označenie použil čísla. Začal som od najmenšieho počtu farieb čiže 1. Nad touto kombináciou som ani nemusel veľmi dlho rozmýšľať. Vedel som, že táto sa bude dať spraviť, lebo je požitá iba jedna farba čiže na každej priamke bude len 1 farba. Potom som pokračoval 2. Nad touto kombináciou som tiež dlho nemusel rozmýšľať, lebo má iba 2 farby. Potom som išiel na 3 farby. Nad tým som už musel rozmýšľať. Napadlo ma, že by na jednej priamke mohli byť iba dve farby a po celej rovine tá tretia. V tomto obrázku sú na priamke dvojky a jedna trojka a po celej rovine sú iba jednotky.



Pri takomto rozložení neexistuje taká priamka, ktorá by spojovali všetky tri farby.
Pri 4 rôznych farbách sa nedajú tak spraviť body, aby boli splnené podmienky zo zadania. Stačí aby som si načrtol obdĺžnik a na každom jeho vrchole bude iná farba. Potom mu treba spraviť uhlopriečky. Do priesečníku uhlopriečok sa nedá umiestniť taká farba, ktorá by splňovala podmienky zo zadania. Ostatné kombinácie viac ako 4 rôzne farby nemôžu byť pre tú istú vec ako pri 4.

Riešenie:
Môžu byť najviac 3 rôzne farby.

Oliver Lago, 8.D
ZŠ Za kasárňou

Prémia

Riešenie:

Stratégia	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
1. kolo	40	5	35	5	15
2. kolo	45	ak som tu prehral tak 0, inak 5	ak som tu prehral tak 20, inak 35	zvyšok do 100	0
3. kolo	ak som tu v minulom kole prehral tak 20, inak 40	20	zvyšok do 100	5	35

Jakub Likavčan

5.PYP SJ

ZŠ Novoradská 3, Bratislava

Príklad č.1

Najprv som si napísal na papier takúto nerovnicu :

Janka 2hrušky + 1jablko > Viki 2pomaranče + 1hrušku > Ignác 2jablká + 1hruška Miška 1jablko + 1hrušku + 1pomaranč

Kedže každý má aspoň jednu hrušku odobral som každému jednu hrušku.

Každému ostalo :

Janka 1hrušky + 1jablko > Viki 2pomaranče > Ignác 2jablká

Miška 1jablko + 1pomaranč

Zistil som že 2 pomaranče >2 jablká tak teda aj 1pomaranč je ťažší ako 1 jablko.

A keďže Miška má 1 jablko a 1 pomaranč zaradil som ju medzi Viki a Ignáca.

Konečné riešenie je :

Janka > Viki > Miška > Ignác

Jozef Bachniček **Číslo príkladu: 2**
Prima C
Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Podľa zadania A*C=C. Z toho vyplýva, že A=1 alebo C=0.
Keďže B*A*C=AC, tak C nemôže byť 0, lebo B*A*0=0.
Keďže A=1, tak platí B*1*C=1C.
B*C=1C tak máme iba tieto možnosti pre B a C:

1. B=6 a C=2
2. B=3 a C=5

A*B*B*C*D=BAC
Keďže A=1, tak platí:
1*B*B*C*D=B1C

Ak platí možnosť B=6 a C=2 tak je možnosť:

1*6*6*2*D=612

72*D=612

D=612/72

D=8,5

Takže táto možnosť byť nemôže, lebo cifry nemôžu byť desatinné čísla

Ak platí možnosť B=3 a C=5 tak je možnosť:

1*3*3*5*D=315

45*D=315

D=315/45

D=7

Číslo ABBCD je v skutočnosti 13357.

Jozef Bachniček **Číslo príkladu:3**
Prima C
Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Najprv si zistím, aké sú všetky možnosti získania čísla 4, a to: 1,1,1,1 a 1,1,2 a 2,2 a 1,3 a 4. Zo zadania nie je jasné, či je jedno číslo (4) skupina, preto budem opisovať obidve možnosti.
Teraz sa pokúsim získať pomocou 8 čísel 20 a vyvarovať sa kombináciam uvedenými vyššie. Čísla sú zoradené vždy od najmenšieho. Vyberáme čo najmenšie čísla, aby sa do 20 ich zmestilo čo najviac.

Ak by sme mali na začiatku jednu 1 , tak by mohli byť najmenšie čísla v kombinácií boli 1,2,5,5,5 (ak sa 4 sama nepočíta ako skupina, tak 1,2,4,4,4,4) a viac už nie, lebo to prekročí 20 (3 tu byť nemôže kvôli kombinácii 1,3 a ďalšia 2 nemôže byť kvôli kombinácii 2,2). Ak máme na začiatku jednu 1, nedá sa vybrať 8 čísel, ktorých súčet by bol 20 bez toho, aby tam bola niektorá zo skupín 1,1,1,1 alebo 1,1,2 alebo 2,2 alebo 1,3 (alebo 4 – ak je jedno číslo skupina).

Ak by sme mali dve jednotky 1,1, tak kombinácia s najmenšími číslami je 1,1,5,5,5 (ak sa 4 sama nepočíta ako skupina, tak 1,1,4,4,4,4) a viac už nie, lebo to prekročí 20 (3 tu byť nemôže kvôli kombinácii 1,3 a 2 kvôli kombinácií 1,1,2). Ak máme na začiatku dve 1, nedá sa vybrať 8 čísel, ktorých súčet by bol 20 bez toho, aby tam bola niektorá zo skupín 1,1,1,1 alebo 1,1,2 alebo 2,2 alebo 1,3 (alebo 4 – ak je jedno číslo skupina).

Ak by sme mali 3 jednotky, tak kombinácia s najmenšími číslami je 1,1,1,5,5,5 (ak sa 4 sama nepočíta ako skupina, tak 1,1,1,4,4,4,4) a viac už nie, lebo to prekročí 20 (3 tu byť nemôže kvôli kombinácii 1,3 a 2 kvôli kombinácií 1,1,2). Ak máme na začiatku tri 1, nedá sa vybrať 8 čísel, ktorých súčet by bol 20 bez toho, aby tam bola niektorá zo skupín 1,1,1,1 alebo 1,1,2 alebo 2,2 alebo 1,3 (alebo 4 – ak je jedno číslo skupina).

4 jednotky byť nemôžu kvôli kombinácií 1,1,1,1.

Ak by sme mali na začiatku 1 dvojku, tak by mohli byť najmenšie čísla v kombinácií boli 2,3,3,3,3,3,3 a viac už nie, lebo to prekročí 20. Viac dvojok už byť nemôže kvôli kombinácií 2,2. Ak máme na začiatku jednu 2, nedá sa vybrať 8 čísel, ktorých súčet by bol 20 bez toho, aby tam bola niektorá zo skupín 1,1,1,1 alebo 1,1,2 alebo 2,2 alebo 1,3 (alebo 4 – ak je jedno číslo skupina).

Viac ako jednu dvojku na začiatku mať nemôžeme, kvôli kombinácii 2,2.

Trojok môže byť na začiatku najviac 6 - 3,3,3,3,3,3 a viac už nie, lebo to prekročí 20. Ak máme na začiatku čísla 3, nedá sa vybrať 8 čísel, ktorých súčet by bol 20 bez toho, aby tam bola niektorá zo skupín 1,1,1,1 alebo 1,1,2 alebo 2,2 alebo 1,3 (alebo 4 – ak je jedno číslo skupina).

Pri vyšších číslach ako 3 platí, že najmenšia kombinácia je vždy s rovnakými číslami a ak to nešlo s trojkami, nepôjde to ani s vyššími číslami, lebo by sa ich do 20 zmestilo menej.

Preto platí, že ak máme 8 prirodzených čísel, ktorých súčet je 20, potom z určite vieme z týchto 8 čísel vybrať nejakú skupinu čísel, ktorá má súčet 4.

Jozef Bachniček **Číslo príkladu: 5**
Prima C
Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto

Najprv si zistím, ako môže naša figúrka prejsť cez stĺpec C (dostať sa naň). Musí to urobiť na nepárny ťah, inak by ho nepriatelia zničili. Na ďalší ťah musí ísť doprava na stĺpec D. Naša figúrka môže ísť v stĺpci C iba na polia C2, C4, C6 a C8, lebo na zvyšné políčka v stĺpci C sa dá dostať iba na párny ťah. Keď naša figúrka prejde cez políčko C8 (za 9 ťahov), tak sa potom dostane na 12. ťah na F8, lebo už nemôže ísť hore, ale iba doprava. Z toho vyplýva, že figúrka môže prejsť cez stĺpec C na políčkach C2, C4 a C6.
Na políčko C2 sa dá dostať na 3 ťahy 2 spôsobmi A1,A2,B2,C2 alebo A1,B1,B2,C2.
Na políčko C4 sa dá dostať na 5 ťahov 4 spôsobmi A1,A2,A3,A4,B4,C4 alebo A1,A2,A3,B3,B4,C4 alebo A1,A2,B2,B3,B4,C4 alebo A1,B1,B2,B3,B4,C4.
Na políčko C6 sa dá dostať na 7 ťahov 6 spôsobmi. 5 krát sa posunie hore a 2 krát doprava, posledný ťah musí byť doprava z B6 na C6 a prvý ťah doprava do stĺpca B môže byť 1.,2.,3.,4.,5. alebo 6.

Keď figúrka je na C2 po 3 ťahoch, tak ďalší ťah musí byť na D2. Cez stĺpec F musí prejsť na nepárny ťah, preto figúrka môže prejsť cez stĺpec F na políčkach F3, F5 a F7. Situácia pri prechode z D2 cez stĺpec F je podobná ako sme prechádzali z A1 cez stĺpec C. Z políčka D2 sa dá dostať na F3 2 spôsobmi, na F5 4 spôsobmi a na F7 6 spôsobmi. Zo stĺpca F je treba nasledujúci ťah ísť do stĺpca G.
Z G3 na H8 sa dostať 6 spôsobmi, lebo musíme ísť 5 krát hore a raz doprava, a doprava môžeme ísť v 1.,2.,3.,4.,5. alebo 6. ťahu počítané od G3.
Z G5 na H8 sa dostať 4 spôsobmi, lebo musíme ísť 3 krát hore a raz doprava, a doprava môžeme ísť v 1.,2.,3., alebo 4. ťahu počítané od G5.
Z G7 na H8 sa dostať 2 spôsobmi, lebo musíme ísť raz hore a raz doprava, a doprava môžeme ísť v 1., alebo 2. ťahu počítané od G7.
Po trase A1-C2-F3-H8 môžem prejsť 2*2*6=24 spôsobmi.
Po trase A1-C2-F5-H8 môžem prejsť 2*4*4=32 spôsobmi.
Po trase A1-C2-F7-H8 môžem prejsť 2*6*2=24 spôsobmi.

Keď figúrka je na C4 po 5 ťahoch, tak ďalší ťah musí byť na D4. Cez stĺpec F musí prejsť na nepárny ťah, preto figúrka môže prejsť cez stĺpec F na políčkach F5 a F7. Situácia pri prechode z D4 cez stĺpec F je podobná ako sme prechádzali z A1 cez stĺpec C. Z políčka D4 sa dá dostať na F5 2 spôsobmi a na F7 4 spôsobmi. Zo stĺpca F je treba nasledujúci ťah ísť do stĺpca G.
Z G5 na H8 sa dostať 4 spôsobmi a z G7 na H8 sa dostať 2 spôsobmi spomenutými vyššie.

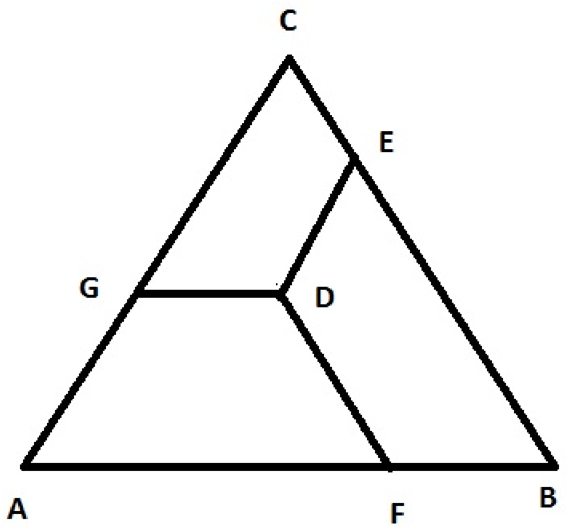
Po trase A1-C4-F5-H8 môžem prejsť 4*2*4=32 spôsobmi.
Po trase A1-C4-F7-H8 môžem prejsť 4*4*2=32 spôsobmi.

Keď figúrka je na C6 po 7 ťahoch, tak ďalší ťah musí byť na D6. Cez stĺpec F musí prejsť na nepárny ťah, preto figúrka môže prejsť cez stĺpec F iba na políčku F7. Z políčka D6 sa dá dostať na F7 2 spôsobmi. Z F7 je treba nasledujúci ťah na G7, odkiaľ sa dá na H8 sa dostať 2 spôsobmi, lebo musíme ísť raz hore a raz doprava, a doprava môžeme ísť v 1., alebo 2. ťahu počítané od G7.

Po trase A1-C6-F7-H8 môžem prejsť 6*2*2=24 spôsobmi.

Z políčka A1 sa dá dostať na H8 bez vyradenia 168 spôsobmi.

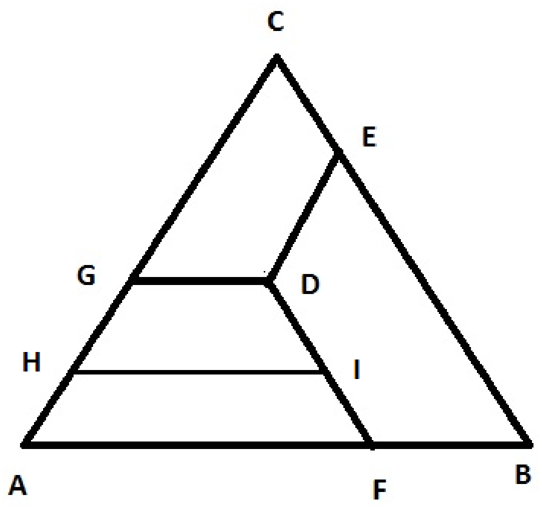
Jozef Bachniček **Číslo príkladu: 6**
Prima C
Škola pre mim.nad.deti a Gymnázium, Skalická 1, Bratislava-Nové Mesto



obrázok 1

Najprv si určím bod D približne v strede trojuholníka ABC a urobím úsečku GD rovnobežnú s AB. Potom nakreslím ďalšiu úsečku DE rovnobežnú s AC. Následne nakreslím úsečku DF rovnobežnú s BC. Dostanem trojuholník ABC rozdelený na 3 lichobežníky, a to AFDG, FBED, DECG (obrázok 1).

Každý lichobežník sa dá rozdeliť na dva lichobežníky tým, že dokreslíme úsečku rovnobežnú s dvoma rovnobežnými stranami lichobežníka. Napríklad lichobežník AFDG rozdelíme na 2 lichobežníky AFIH a HIDG tak, že dokreslíme úsečku HI rovnobežnú s dvoma rovnobežnými stranami lichobežníka AF a GD (obrázok 2). Z toho vyplýva, že počet lichobežníkov, na ktoré sa dá rozdeliť trojuholník, je ľubovoľné prirodzené číslo väčšie ako 2. Na 2 lichobežníky sa trojuholník rozdeliť nedá.



obrázok 2

Trojuholník sa dá rozdeliť na 3 a viac lichobežníkov.

Tomáš Šuster
Príma, Gymnázium Grösslingová, Bratislava
Príklad č. 2

V tomto príklade nemôže byť číslo 0, lebo keby tam bolo, tak keby sme všetky cifry vynásobili by výsledok bol 0. A musí byť 1 lebo A teda 1*C=C a keby A nebolo 1 tak by výsledok nebol C ale niečo iné. Takže AC=1C. Teraz preskočím AC a pozriem sa koľko môže byť BAC.

Budem deliť AC céčkom a výsledok bude B.

11:1=11 nesprávna možnosť lebo B musí byť cifra

12:2=6 správna možnosť. C=2, B=6

13:3=4 zvyšok 1 nesprávna možnosť

14:4=3 zvyšok 2 nesprávna možnosť

15:5=3 správna možnosť, C=5, B=3

16:6=2 zvyšok 4 nesprávna možnosť

17:7=2 zvyšok 3 nesprávna možnosť

18:8=2 zvyšok 2 nesprávna možnosť

19:9=2 zvyšok 1 nesprávna možnosť

Takže C môže byť 2 a B 6 alebo je C 5 a B 3.

Keby bolo C 2 a B 6 tak to vynásobím tak že 1*6*6*2=72 a tipnem si že D je 8 a 72*8=576 – čo je málo, ak skúsim že D je 9: 72*9=648 je to už veľa, lebo BAC má byť 621.

Takže C=5 a B=3. Skúsim to vynásobiť D čo bude 7: 1*3*3*5*D=315 (čo je BAC), Takže D=315/45=7.

Takže ABBCD je 13357.

Tomáš Šuster
Príma, Gymnázium Grösslingová, Bratislava
Príklad č. 3

Ako nie je súčet 4:

(a) 1 môže byť raz, ale potom tu nemôže byť 3, lebo súčet by bol 4. Môže byť 2-krát, ale potom tu nemôže byť ani 3 a ani 2, lebo viem vybrať súčet 4. Môže byť 3-krát, ale potom tu nemôže byť ani 3 a ani 2, lebo viem vybrať súčet 4. A 4 a viac krát tu nemôže byť, lebo môžem vybrať súčet 4.

(b) 2-môže byť raz, lebo keby bola viac krát, tak viem vybrať súčet 4.

(c) 3 môže byť, ale nemôže tam byť 1 a viac jednotiek

(d) 4 nemôže byť ani raz.

A väčšie čísla môžu byť viac krát.

Takže teraz z tých čísiel, ktoré môžem použiť, skúsim vybrať osem, aby ich súčet bol 20.

(a) Keď budú menej ako štyri jednotky.
Keď budú dve alebo tri jednotky, nemôžu byť dvojky, trojky ani štvorky. Takže bude aspoň päť čísiel väčších alebo rovných ako päť, ale ich súčet je potom viac ako 20.
Keď bude jedna jednotka, môže byť ešte jedna dvojka, ale žiadne trojky a štvorky. Takže bude aspoň šesť ďalších čísiel väčších alebo rovných ako päť, a súčet bude aspoň 33.

(b)Keď nebudú jednotky, môže byť najviac jedna dvojka a zvyšné čísla budú najmenej trojky. Súčet bude aspoň 23.

To znamená, že keď nechceme aby nejaké čísla mali súčet 4, tak nie je žiadna možnosť, aby osem čísiel malo súčet iba 20. Ak osem čísiel má súčet 20, musia niektoré z nich mať súčet 4.

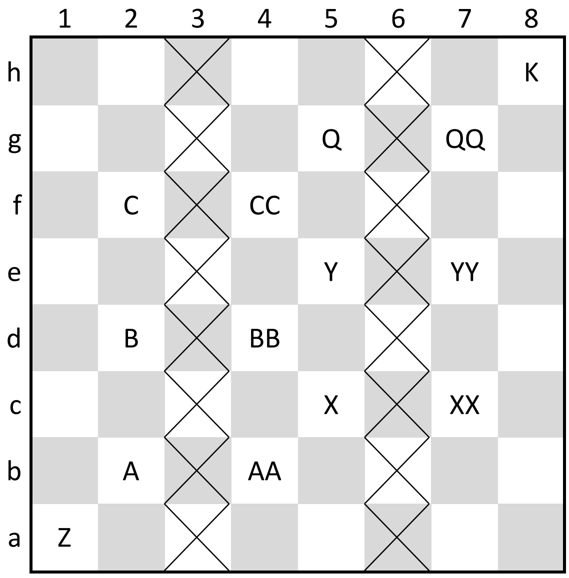
Tomáš Šuster
Príma, Gymnázium Grösslingová, Bratislava
Príklad č. 4

Ako je v zadaniu napísané sedmičku nemôžeme otočiť lebo by nedávala zmysel. A to isté platí aj pre trojku. Tu sú čísla, ktoré keď otočíme, tak aký dávajú zmysel:
1→1
2→2
3→zle
4→4
5→5
6→9
7→zle
8→8
9→6
Keď čísla otočím tak súčet je päťciferný a prvé dve cifry sú 11. Posledná cifra z toho pôvodného súčtu je 8. Musí byť v tom jednom z čísiel, ktoré sčítavame, posledná cifra, 9 alebo 6 lebo len tie dve sa menia, keď ich otočíme. Číslo 8 viem dostať zo šestky ale nie z deviatky, to znamená že 6+2=8 a 9+2=11. Číslo 8 by sa dalo dostať z dvoch deviatok, ale po otočení by súčet 6+6 bol 12, čo je veľa.

V tom neotočenom súčte je druhá cifra 6 a pri otočenom je druhá z konca 9, to znamená, že keď máme tie neotočené čísla tak jedno je 6 a druhé 0 a keď ich otočím tak tam mám 9 a 0.
V neotočenom súčte je prvá cifra 6 a v otočenom je posledná cifra 6, to znamená, že tu sú dve možnosti a to 5+1 a 4+2. V neotočenom súčte je tretie číslo 8 a v otočenom je tretie od konca tiež 8, to znamená, že tu sú dve možnosti a to 4+4 a 8+0. Tu sú možnosti všetkých čísel ktoré mohol Kevin napísať. Možností je 48, ale vypíšem iba prvých 24 kde prvý sčítanec je väčší ako druhý, druhých 24 je len opačné poradie čísiel:
4642 2046, 4042 2646, 4602 2086, 4002 2686, 4682 2006, 4082 2686,
4646 2042, 4046 2642, 4606 2082, 4006 2682, 4686 2002, 4086 2682,
5642 1046, 5042 1646, 5602 1086, 5002 1686, 5682 1006, 5082 1606,
5646 1042, 5046 1642, 5606 1082, 5006 1682, 5686 1002, 5086 1602.
Sára teda mohla mať napísané iné čísla ako Kevin.

Tomáš Šuster
Príma, Gymnázium Grösslingová, Bratislava
Príklad č. 5

Tu je šachovnica na ktorej je vykrížikované kade chodia nepriatelia, Z a K je označený začiatok a koniec a A,B,C je odkiaľ musím prejsť aby ma nevyhodil prvý nepriateľ a AA,BB,CC sú východy za prvým nepriateľským územím. X,Y,Q je odkiaľ musím prejsť aby ma nevyhodil druhý nepriateľ a XX,YY,QQ sú východy za druhým nepriateľským územím. Cez nepriateľské územie musím prejsť rovno, lebo keby som na ňom zatočil dohora, tak by ma nepriateľ vyhodil. Cez tmavé políčka nemôžem ísť, lebo by som bol na nepriateľskom území vtedy, keď sa nepriateľ hýbe. Preto sú len tri prechody cez prvé a tri cez druhé nepriateľské územie.



Možnosti zo Z do A sú dve, a to že zalomím doprava z políčka Z, alebo hore cez b1. Možnosti z AA do X sú dve, a to, že zalomím doprava z políčka AA, alebo hore cez c4. Možností z XX do K je 6 a to že zalomím doprava z políčka c7, d7, e7, f7, g7, h7. Vlastne možností je vždy toľko, o koľko sa na tom úseku posúvam hore. Keď vynásobím možnosti za úseky, tak mi vyjde 24 možností. Takže pre cestu s prechodmi A-AA a X-XX je 24 možností.

Keď pôjdem cez prechody A-AA a Y-YY, tak možností je: 2 zo Z po A, 4 z AA do Y, a 4 z YY do K. Spolu je to 32 možností.

Keď pôjdem cez prechody A-AA a Q-QQ, tak možností je: 2 zo Z po A, 6 z AA do Q, a 2 z QQ do K. Spolu je to 24 možností.

Z prechodu B-BB sa už nedá vrátiť do X-XX.

Keď pôjdem cez prechody B-BB a Y-YY, tak možností je: 4 zo Z po B, 2 z BB do Y, a 4 z YY do K. Spolu je to 32 možností.

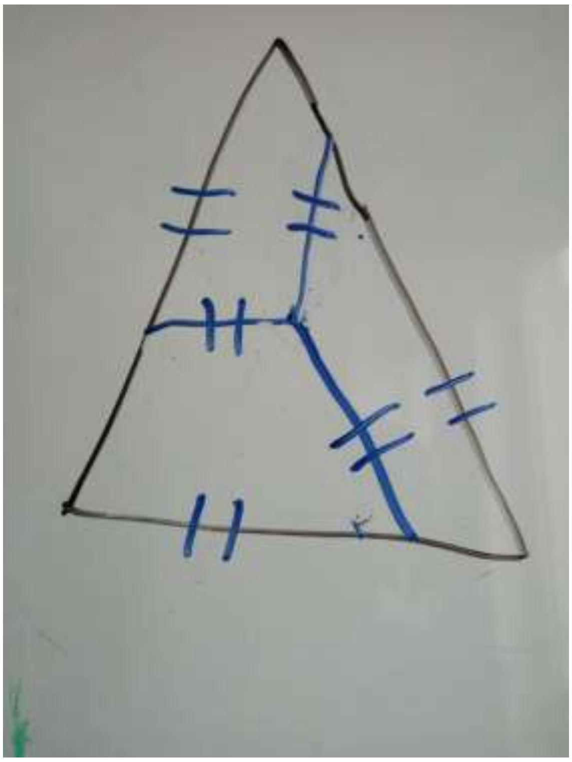
Keď pôjdem cez prechody B-BB a Q-QQ, tak možností je: 4 zo Z po B, 4 z BB do Q, a 2 z QQ do K. Spolu je to 32 možností.

Z prechodu C-CC sa už nedá vrátiť do X-XX ani Y-YY. Keď pôjdem cez prechody C-CC a Q-QQ, tak možností je: 6 zo Z po C, 2 z CC do Q, a 2 z QQ do K. Spolu je to 24 možností.

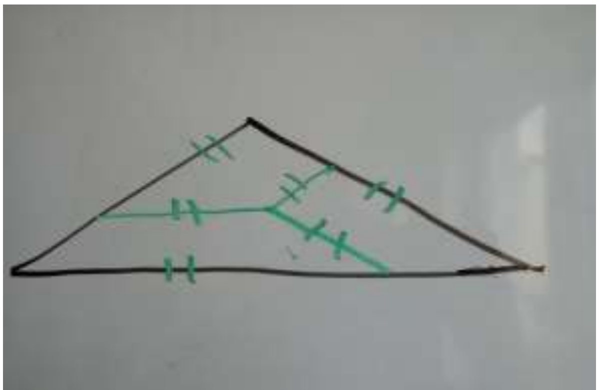
Všetkých možností spolu je teda: 24+32+24+32+32+24=168.

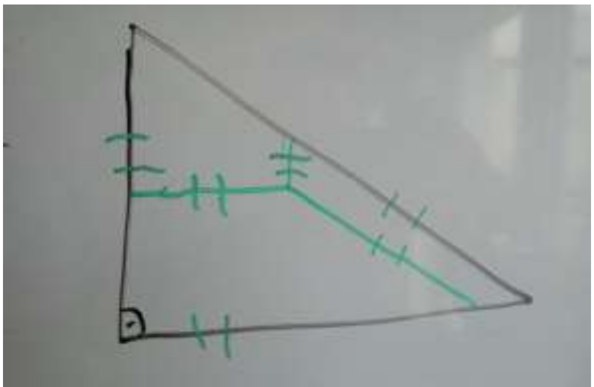
Tomáš Šuster
Príma, Gymnázium Grösslingová, Bratislava
Príklad č. 6

Ten trojuholník môžeme rozdeliť minimálne tromi čiarami na tri lichobežníky. Napríklad:



Pre všetky typy trojuholníkov to platí, aj pre pravouhlý a aj pre tupouhlý:





Tých lichobežníkov môže byť nekonečne veľa, lebo každý lichobežník môžeme rozdeliť na dva tak, že medzi rovnobežnými stranami urobím úsečku. A každý ďalší tiež na dva, takže ich môže byť nekonečne veľa.
Lichobežníkov nemôže byť menej ako tri, lebo jeden útvar by mohol byť lichobežník, ale ten druhý by nemohol byť lichobežník.
Trojuholník teda môžeme rozdeliť na 3, 4, 5 ... až nekonečno lichobežníkov.

Tomáš Šuster
Príma, Gymnázium Grösslingová, Bratislava
Prémia

Stratégia	1. nádoba	2. nádoba	3. nádoba	4. nádoba	5. nádoba
1. kolo	6	26	6	31	31
2. kolo	11	32	14	32	11
3. kolo	16	34	3	31	16

Viktor Balan, Gamča, Príklad č.4

Najprv si musíme zistiť, ktoré čísla môžeme použiť, teda ktoré dávajú zmysel aj dolu hlavou, a aký zmysel dávajú dolu hlavou:

0 – dolu hlavou je to 0
1 – dolu hlavou je to 1
2 – dolu hlavou je to 2
3 – dolu hlavou je to E, ale to není číslo
4 – dolu hlavou je to h, ale ani to není číslo
5 – dolu hlavou je to 5
6 – dolu hlavou je to 9
7 – dolu hlavou je to L, ale to tiež nie je číslo
8 – dolu hlavou je to 8
9 – dolu hlavou je to 6

Ako vidíme, **jediný rozdiel pri otočení dolu hlavou je pri 6 a 9**, ktoré sa navzájom na seba menia. Pri týchto **je rozdiel 3**, a to si zapamätáme, lebo to bude dôležité. Tak a teraz môžeme konečne počítať (podčiarknuté číslice sú obrátené verzie nepodčiarknutých):

ABCD	DCBA
EFGH	HGFE
6688	11896

Vidíme, že **D+H dáva súčet 11, alebo len** 10, ak sa pri C+G prechádza cez desiatku. Ale vidíme aj, že **D+H dáva súčet 8 alebo môže aj 18**. A keďže **D+H je obrátené od D+H,** a jediný rozdiel je 3 alebo 6, ak sú obe číslice D aj H 6 alebo 9, môžeme nájsť rozdiel medzi našimi možnými výsledkami **veľkosti 3 alebo 6**. Jediný takýto rozdiel **je medzi D+H=8 a D+H=11**. Teda **to môže byť len takto**. Takže **D+H sa rovná 8 a neprechádza cez desiatku**, čo nám potom uľahčí počítanie, a **D+H sa rovná 11**, čiže pri **C+G sa neprechádza cez desiatku**, čo nám tiež pomôže. Vieme tak isto aj, že **D alebo H bude 6, aby pri prevrátení zvýšilo súčet**. A to druhé na doplnenie súčtu do 8 bude 2. **Zase pri D+H teda logicky bude jedno 9 a druhé 8**, lebo sa prevrátia. Teraz C+G a C+G. C+G neprechádza cez desiatku, ako už vieme, ale B+F by mohlo. Teda C+G=8 alebo 7. A C+G sa môže zase rovnať 8 alebo 18. Tu by sme rozdiel ako minule hľadali márne, a teda **jediná možnosť nám ostáva že C+G=C+G=8**. A **z čísel ktoré môžeme použiť, sa z dvoch dá 8 zložiť len z 8 a 0**. Teraz už vieme, že **pri C+G ani B+F sa neprechádza cez desiatku**. Teraz ideme na B+F a B+F. **B+F sa môže rovnať 6 alebo 16**, a **B+F zase 9 alebo 8.** Teraz, keď budeme zase postupovať ako minule, zistíme, že **B+F sa rovná 6** a **B+F sa rovná 9**. A toto sa dá zase zložiť len jedným spôsobom, a to **6+0 a 9+0**. Tak, a **teraz už nám konečne ostáva len A+B a A+B**. Ale **teraz už to je jednoznačnejšie**. Vieme totiž, že **A+B sa musí rovnať 6**, lebo **cez 10 určite neprechádza**, a **A+B sa musí rovnať 6**, lebo sa k nemu nemá aké prechádzanie cez desiatku pridať. Takže **A+B=A+B=6**. A **šestka sa dá zložiť len z 5 a 1** (keby sme použili 6, prevrátila by sa a dostali by sme 9).

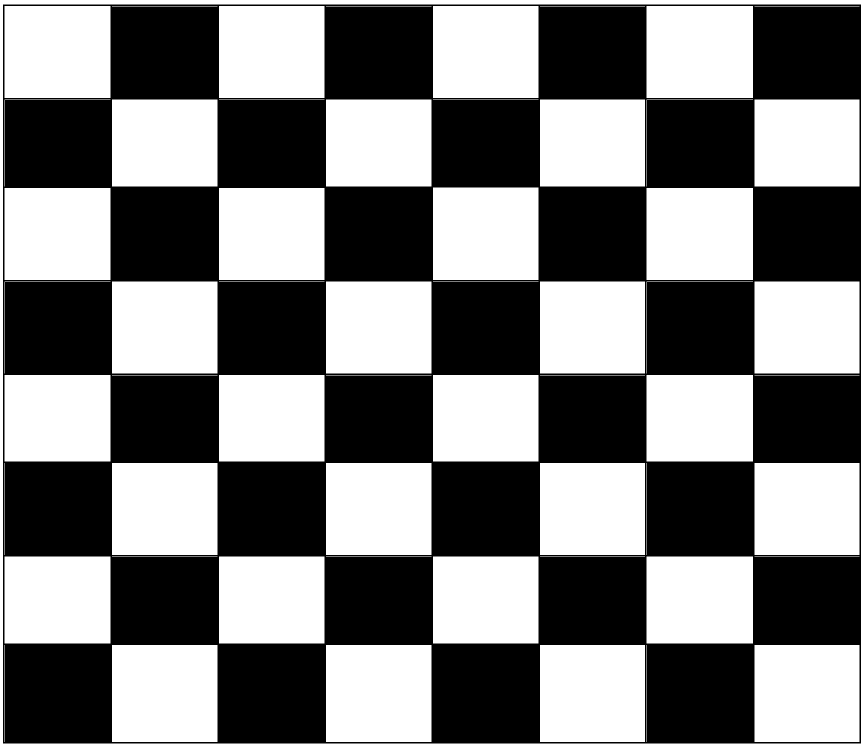
Takže už vieme všetky číslice. Ale **nemusia byť tie dve čísla vždy rovnako**. Môžu byť dve číslice nad sebou prehodené, lebo **pri sčítaní viacciferných čísel sa takto môžu cifry prehadzovať**. Takže napríklad **Sára mohla mať iné tieto čísla**. Ale koľko je možností? Každé **dve čísla nad sebou môžu byť prehodené**, takže je to **ľahká kombinatorika / 2**, pretože **každé riešenie s dvomi číslami ich môže mať prehodené**, čo je ale tá istá možnosť, takže to treba eliminovať vydelením dvomi:

$$\frac{2^4}{2} = \mathbf{8}$$

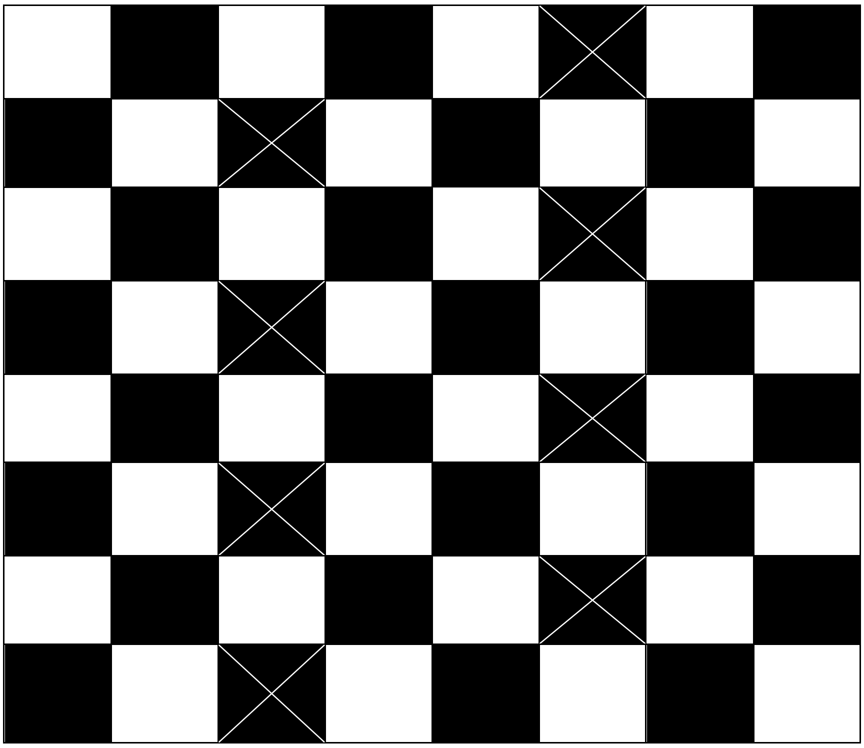
Takže **môže byť takýchto čísel 8.**

Viktor Balan, Gamča, Príklad č.5

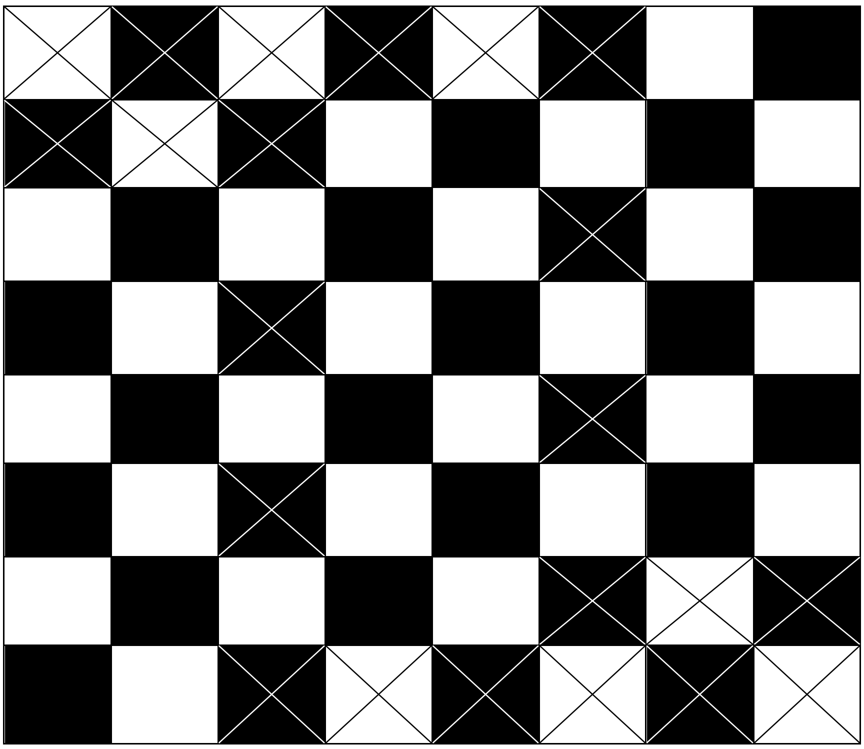
Táto úloha je akoby z takého typu úloh, kde máme sieť a môžeme sa pohybovať napríklad len doprava a hore, a musíme zistiť koľkými spôsobmi sa dá dostať z bodu A do bodu B. Len tá sieť je trošku zložitejšia. Najprv si zakreslíme šachovnicu, kde sa po políčkach vždy pohybujeme doprava alebo hore, a **budeme začínať na čiernom políčku** (potom to bude dôležité):



Ale pozor – to nie je všetko. Aby to nebola nudná úloha, sú tu dve nepriateľské figúrky disponujúce preskakovaním z jedného konca šachovnice na druhý a ničením všetkého, čo im príde do cesty. **Presúvajú sa každý náš druhý ťah**. Ale pozor – všimnime si, že my pri každom ťahu zmeníme farbu našeho políčka. **Po prvom ťahu sme na bielom, po druhom zas na čiernom**. A tak sa to opakuje. Teda **po každom druhom ťahu sme na čiernom políčku**. Ale **po každom druhom ťahu tie zlé figúrky vyhadzujú**. **Vyhadzujú teda vždy, keď skočíme na čierne políčko**. Takže vtedy nemôžeme byť na jednom z dvoch ohrozených stĺpcov, lebo by nás vyhodili. Teda z tabuľky **vyhodíme políčka, ktoré sú zároveň na ohrozenom stĺpci a sú čierne** (pokračovanie na druhej strane):



Toto je výsledok. **Už ho môžeme vyriešiť ako normálnu cestnú úlohu**. Ale ho ešte trošku upravíme, takže **odstránime všetky políčka z ktorých by sa už nikam nedalo odísť okrem cieľa, a odstránime aj všetky políčka, na ktoré by sa nijako nedalo dostať** (druhá tabuľka):



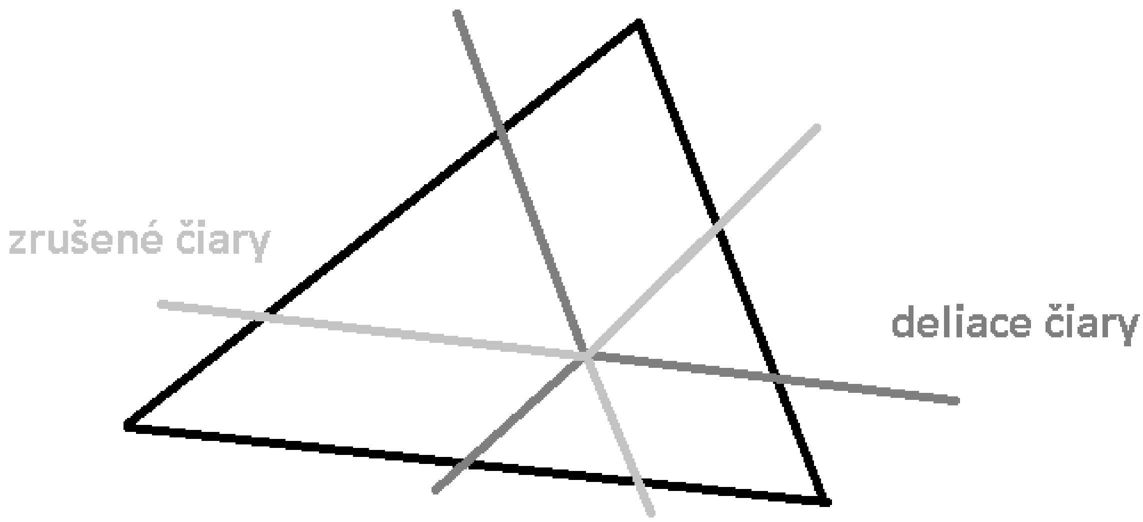
Tak a teraz už len **doplníme do každého políčka číslo rovné súčtu čísel z políčok, z ktorých sa do tohto políčka dá priamo dostať**, do prvého políčka dáme číslo 1 (lebo tam sa ide len jednou cestou) a **zistíme číslo v poslednom políčku** (kvôli neschopnosti wordu je tabuľka zas na ďalšej strane):

						60	**168**
			12	40	40	60	108
1	6	6	12	28		20	48
1	5		6	16	16	20	28
1	4	4	6	10		4	8
1	3		2	4	4	4	4
1	2	2	2	2			
1	1						

Na posledné políčko sa dá dostať 168 spôsobmi.

Viktor Balan, Gamča, Príklad č.6

Musíme po poradí zistiť, či práve taký počet lichobežníkov sa dá z trojuholníka vytvoriť. Začneme s jedným. Toľko to **byť nemôže**, pretože **rozdeliť útvar na jednu časť je vlastne ako nechať ho tak**. A **trojuholník nie je lichobežník**, takže **z trojuholníka jeden lichobežník nespravíme**. Teraz zistíme, či sa dajú spraviť dva lichobežníky z trojuholníka. Rozdelením útvaru na dve časti ním prevedieme lomenú čiaru. Tá v jednom bode začína a v druhom končí. Takže zistíme ako by mohla viesť. Ak je lomená, **bude na jednej strane tvoriť nekonvexný uhol**. Ale na oboch stranách musia byť lichobežníky, a **nekonvexné lichobežníky neexistujú**. Táto **čiara teda musí byť rovná**. Takže môže viesť z rohu do rohu, zo strany do strany, alebo z rohu do strany. Ak vedie medzi dvomi rohmi, vedie po strane, a teda to takto nefunguje. Ak medzi dvoma stranami, delí trojuholník na menší trojuholník a štvoruholník, ktorý **môže byť lichobežník**, ale to nám nepomôže lebo **druhá časť je trojuholník**. Teda ani takto to nefunguje. Môže ešte viesť medzi rohom a stranou. To potom buď vedie po strane, čo nefunguje, alebo delí trojuholník na ďalšie dva trojuholníky, čo tiež nefunguje. Takže **na dva lichobežníky trojuholník nijako nerozdelíme**. Ale čo na tri? To sa už vždy dá. Keď si v ľubovoľnom trojuholníku vyberieme bod, a potom ním vedieme tri priamky rovnobežné s tromi stranami, a postupujeme "okolo bodu" a každú druhú čiaru zrušíme, trojuholník sa nám rozdelí na tri lichobežníky:



Takto to funguje vždy. Potom ale ešte **môžeme vždy ľubovoľný z lichobežníkov úsečkou vedúcou cez dve rovnobežné strany rozdeliť na dva menšie lichobežníky**. To môžeme spraviť hocikoľko krát, teda lichobežníkov môže teoreticky byť ľubovoľné prirodzené číslo väčšie ako 2. **Lichobežníkov mohlo byť 3 alebo hocikoľko viac.**

Viktor Balan, Gamča, Príklad č.7

Najprv si zistíme, koľko rôznych kombinácií pre to, ktorých 5 z 10 kľúčov môžeme mať je. To vieme vypočítať s rovnicou:

$$\frac{10!}{(5!)^2} = \mathbf{252}$$

Keď máme nejakú z týchto možností, **vieme k nej vždy nájsť aj opačnú možnosť**, pri ktorej máme tých päť kľúčov, ktoré sme v prvej možnosti nemali. A z nej potom logicky vieme dostať takto isto aj tú prvú možnosť. Teda tieto **možnosti vieme rozdeliť do takýchto opačných dvojíc**. Ale **v každej dvojici práve tie dve možnosti by spolu vedeli odomknúť všetkých 10 zámkov**. Teda **z každej tejto dvojice môže len jedna možnosť byť prítomná v systéme strážnikov**, teda že jeden zo strážnikov bude mať práve túto kombináciu kľúčov. Teda **v izbe je maximálne toľko strážnikov, koľko je týchto dvojíc**, lebo nemôžu mať dvaja strážnici rovnakú kombináciu. A dvojíc je logicky dvakrát menej ako všetkých možností. Teda strážnikov je maximálne:

$$\frac{252}{2} = \mathbf{126}$$

Strážnikov môže byť v miestnosti najviac 126.

Ak je zámkov 42, postupujeme rovnako, len **počet rôznych možností je iný**. Postupujeme opäť rovnicou:

$$\frac{42!}{(21!)^2} = \mathbf{538257874440}$$

Z toho vieme mať:

$$\frac{538257874440}{2} = \mathbf{269128937220}\ \textbf{dvojíc.}$$

Ak je zámkov 42 a každý strážnik má 21 kľúčov, **strážnikov môže byť v miestnosti najviac 269128937220.**

Viktor Balan, Gamča, Príklad č.8

Pôjdeme postupne:

Začneme pri jednej farbe. Môže byť plocha spĺňajúca zadanie s jednou farbou? Logicky **áno**, keďže **len s jednou farbou pravidlo o maximálne dvojfarebných priamkach porušiť nemôžeme**. Takisto **ani keď máme farby dve**. Pôjdeme teda rovno na tri farby:

Môže byť plocha spĺňajúca zadanie s tromi farbami? Áno, môže. Predstavme si, že **máme plochu, ktorá je celá modrá, až na body na jednej priamke**. Na tejto priamke sú náhodne rozmiestnené červené a žlté body. Teraz máme:

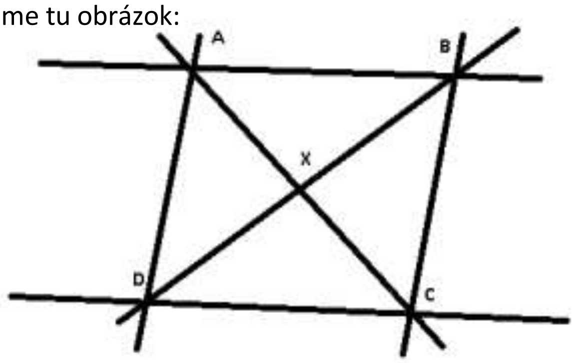
Priamky nepretínajúce žlto červenú priamku, **ktoré sú teda logicky celé modré**,

Priamku červeno žltú, **teda len s dvoma farbami**,

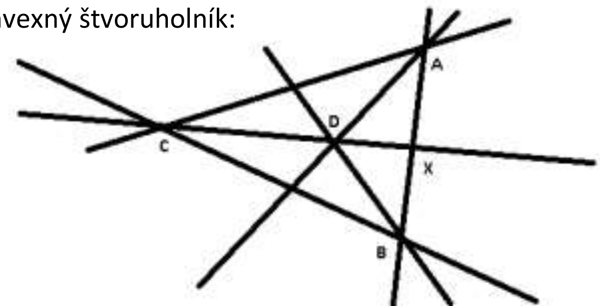
Priamky rôznobežné s červeno žltou priamkou, **ktoré sú celé modré, len v jednom bode kde pretínajú túto priamku sú buď červené alebo žlté**, teda majú tiež len dve farby.

Teda **môže byť takáto plocha spĺňajúca zadanie s tromi farbami**.

Ale **môže mať táto plocha štyri farby**? Ak má štyri farby, **vieme si vybrať určite jeden červený, jeden modrý, jeden zelený a jeden žltý bod** (teda ak tieto farby sú také). Tieto body **tvoria buď štvoruholník, alebo môžu aspoň tri z týchto bodov tvoriť priamku**. Tri z nich **ale tvoriť priamku nemôžu**, pretože potom by automaticky **porušili pravidlo o dvojfarebných priamkach**. Takže by museli tvoriť štvoruholník. Mohol by byť konvexný alebo nekonvexný. Najprv zistíme, či by mohol byť konvexný. Máme tu obrázok:



A,B,C a D označujú náhodné body zo štyroch farieb. Sú medzi nimi všetky možné priamky spájajúce dva z týchto bodov. Na každej z týchto priamok sa môžu nachádzať len body v dvoch farbách predurčených bodov, medzi ktorými priamka prechádza. Ale **akú farbu má potom priesečník X?** A aj pár nevidených priesečníkov (pozor - nemusia tam byť vždy)? Na jednej z týchto priamok môžu byť len farby A a C, zatiaľ čo na druhej len B a D. **X nemôže mať žiadnu farbu, teda takto to byť nemôže**. Už nám ostáva len posledná možnosť: nekonvexný štvoruholník:



Tento prípad vyvrátime rovnako ako konvexný štvoruholník, len sú body trošku poprehadzované. Ale zase bod X je ten problémový. Teda sme vyvrátili aj nekonvexný štvoruholník. A teda táto rovina nemôže mať štyri farby. **Rovina teda môže mať maximálne tri farby.**

Viktor Balan, Gamča, Prémia

Stratégia	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
1.kolo	2	2	32	32	32
2.kolo	32	32	2	2	32
3.kolo	2	32	32	32	2

Šachovnicu rozdelím na 3 segmenty:
S_1 = stĺpce A, B; S_2 = stĺpce D, E; S_3 = stĺpce G, H

V segmente S_1 figúrka musí prejsť do stĺpca B párnym počtom ťahov, aby nebola v nasledujúcom ťahu vyhodená nepriateľskou figúrkou. Potom v segmente S_2 tiež musí prejsť do stĺpca E na párny počet ťahov. Najprv zistím, ako sa dá z S_1 dostať na B1, B2 … B8 párnym počtom ťahov. Vypíšem prechod z S_1 do S_2.

Na pole	Poč. možn.	prechod do S_2
B1	–	–
B2	2	D2
B3	–	–
B4	4	D4
B5	–	–
B6	6	D6
B7	–	–
B8	8	D8

nevyhovuje lebo sa nedá prejsť do H8

Keď sa figúrka dostane do S_2 má toľko možností prechodu do S_3 (pre každú možnosť D2, D4, D6 je to v tabuľke):

Z D2:

Na pole	poč. možn.	prechod do S_3
E3	2	G3
E5	4	G5
E7	6	G7

Z D4

Na pole	poč. možn.	prechod do S_3
E5	2	G5
E7	4	G7

Z D6

Na pole	poč. možn.	prechod do S_3
E7	2	G7

Nakoniec nájdem cesty v S_3 do cieľa z políčok, do kt. prídem:

Z G3

Na pole	poč. možn.
H8	6

Z G5

Na pole	poč. možn.
H8	4

Z G7

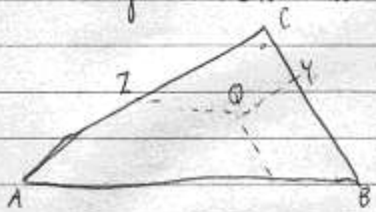
Na pole	poč. možn.
H8	2

Cesty:

B2 → D2 → G3	možnosti	$m_1 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$
B2 → D2 → G5		$m_2 = 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$
B2 → D2 → G7		$m_3 = 2 \cdot 6 \cdot 2 = 24$
B4 → D4 → G5		$m_4 = 4 \cdot 2 \cdot 4 = 32$
B4 → D4 → G7		$m_5 = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$
B6 → D6 → G7		$m_6 = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$
		$\underline{\underline{168}}$

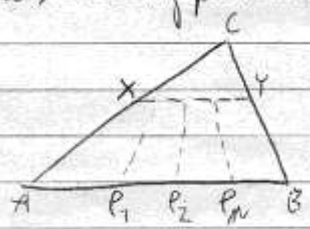
Existuje 168 rôznych spôsobov prechodu z A1 do H8.

Trojuholník viem rozdeliť najmenej na 3 lichobežníky a to tak, že



ZQ || AB
XQ || BC
YQ || AC

Každý Δ viem rozdeliť aj na menší Δ a 1 lichobežník a tiež na 1 menší Δ a ľubovoľný počet lichobežníkov.



Ten menší Δ XYC môžem rozdeliť na minimálne 3 lichobežníky takže rozdeľovaním môžem dostať tieto počty lichobežníkov:

3
3+1=4
3+2=5
3+3=6, atď.

Δ sa dá rozdeliť na N lichobežníkov, kde $3 \leqq N$ a N je celé číslo.

5 kľúčov možno vybrať rôznym spôsobom z 10 kľúčov toľkokrát, koľko je 5-členných kombinácií z 10 prvkov. Našla som si vzorec:

$$K = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} = 252.$$

Medzi týmito 252 ~~so~~ rôznymi kombináciami sú však také dvojice, že spolu dávajú všetkých 10 kľúčov. Preto môže byť najviac strážcov 252 : 2 = 126.

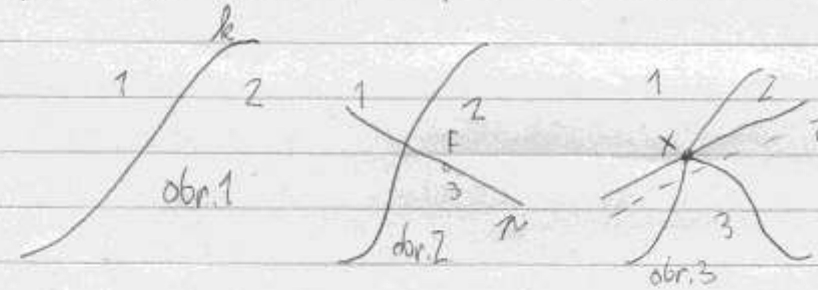
Ak by bolo zámkov 42, možných kombinácií je

$$K_{42} = \frac{42\cdot 41\cdot 40\cdot 39\cdot 38}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} = [illegible] = 850668$$

Žiadni 2 strážcovia by nemohli mať kľúče ku všetkým 42 zámkom. 21 strážcov by len s malou pravdepodobnosťou malo kľúče od všetkých 42 zámkov.

obr.1

Pre 2 farby taká rovina môže existovať, priamka vtedy nemôže mať bod 3. farby. Medzi farbou 1 a 2 existuje hranica, ktorá má tvar krivky k, ale je súvislá. Ak existuje aj 3. farba, tak je to jediný bod F (medzi bodmi farby 1 alebo farby 2) alebo má oblasť farby 3 nejakú hranicu s oblasťou 1 alebo 2. Ak je to jediný bod, vedeli by sme urobiť priamku p cez cez ten bod (farby 3), ktorá pretne hranicu k medzi 1 a 2, takže by na tej priamke boli body až 3 farieb - obr. 2. Ak je vo farbe hranice k medzi farbou 1 a 2 - obr. 3.



Potom môžeme urobiť priamku q cez bod X prechádzajúcu cez oblasť farby 1 a 2 a ľubovoľne málo ju posunúť k bodu X a tak bude prechádzať nielen oblasťou farby 1 a 2, ale aj oblasťou farby 3. Preto môžu v rovine existovať len body 2 farieb.

Michal Urban
Sekunda
Domáca
Príklad č. 3

= RMDČaP (moja skratka)

Najprv som zistil že, ~~ak~~ keď mám dostať ~~rozdie~~ priemer súčet ~~priemer~~ rozdielov medzi danými číslami a priemerom (pr. číslo = 4 priemer = 3 -> 4-3 = $\boxed{1}$; číslo 2 priemer = 3 -> 3-2 = $\boxed{1}$) na oboch stranách (1. strana P 2. strana)

musí byť rovnaký. Potom som zistil že priemer našich 8 čísel je 2,5 (20:8=2,5). Skupiny čísel menších ako 2,5 sú 1a2, 1a1, 1a1a1, 1, 2. Potom som pre každú skupinu zistil ~~jeho~~ RMDČaP (). (↓). Potom som zistil že pri ...

2 3 4,5 1,5 0,5
(1.) (2.) (3.) (4.) (5.) ← PORADIE používané ďalej v riešení

okrem ~~posledného~~ 5. nemôžem ďalej pridať číslo 3. Ale to ~~posledné~~ 5. som hneď vyradil, lebo rozdiel je iba 0,5 a nad

od 2,5 má rozdiel iba 3, a to sú iba 2 čísla (má ich byť 8). Potom som zistil že 1. môžem vyradiť, lebo RMDČaP 2. nahor dokážem spraviť iba 1,5+0,5 a 0,5 je 3 a to nemôže byť (lebo 3+1 je 4). A nakoniec som zistil, že v žiadnom zo zvyšných troch nesedí súčet čísel (ani v 1. by nesedel) 2. je 2.4 / 3. je 3.4 a 4. je 1.4, a to nesedí.

Michal Urban
Sekunda
Trnava
Príklad č. 4

Najprv som zistil že možem používať iba čísla 0,1,2,5,6,8,9 (lebo dole hlavou dávajú zmysel / 18 (keby vyšiel zvyšok) 3,4,7 nie). Potom som zistil, že aby som dostal 8 (6688) sčítaním dvoch čísel (čísla) musím sčítať 6+2 (=8) / 8+0 (=8) / 9+9 (=18). Potom som sčítal koľko to vyjde po otoč. (má vyjsť 11/10 - keby bol zvyšok) 9+2=11 / 8+0=8 / 6+6=12. Takže jediné čo može byť je $\boxed{9+2}$ (takže v povodnom 6+2). Potom som zistil že pre ďalšiu 8 (6688) platia rovnaké dvojice čísel ako pre minulú - ~~6+2 / 8+0 / 9+9~~ 9+2=11 / 8+0=8 / 6+6=12. Ale teraz je po otočení iný výsledok → 8 (už píšem výsledky po otočení)

pre toto sedí iba $\boxed{8+0}$ (po otočení 8+0). Potom som zistil ďalšie dvojice pre 6 (6688) - 6+0 / 5+1 / 8+8. Potom som sčítal koľko to vyjde po otočení (má vyjsť 9/8 - keby bol zvyšok) 9+0=9 / 5+1=6 / 8+8=16. Takže jediné čo može byť je $\boxed{9+0}$ (po otočení 6+0). Potom som zistil že pre ďalšiu 6 (6688) platia rovnaké dvojice čísel ako pre minulú (už píšem výsledky po otočení) 9+0=9 / 5+1=6 / 8+8=16. Ale teraz je po otočení iný výsledok (6 - v minulom nemože vyjsť zvyšok, lebo je toto 1. číslo). Takže jediné čo može byť je $\boxed{5+1}$ (8+8 nie lebo v tom ďalšom (11896) nevyšlo v žiadnej dvojici 8(+0) by vyšlo keby vyšiel sedtým (11896) zvyšok.) (po otočení 5+1). Nakoniec som zistil, že je 15 možností, lebo každý stĺpec môžem točiť, a to som spočítal a vyšlo.

~~5686~~
~~1002~~

~~1686~~
~~5002~~

~~5086~~
~~1602~~

~~5606~~
~~1082~~

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5686	1686	5086	5606	5682	1086	1606	1682	5006	5082
1002	5002	1602	1082	1006	5602	5082	5006	1682	1606

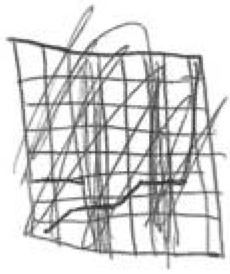
11	12	13	14	15
5602	1006	1082	1602	5002
1086	5682	5606	5086	1686

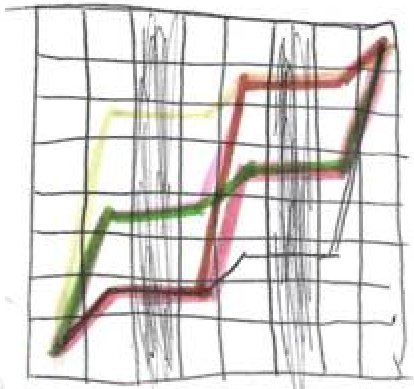
Všetky 4 (stĺpce) nemožem otočiť lebo by sa iba tie dve čísla vymenili.

Takže je tam $\boxed{15}$ možností.

Michal Urban
Sekunda
Gamča
Príklad č. 5

Najprv som zistil že mám 6 rôznych ciest (krížom)





1. 2. 3. 4. 5. 6.

Potom som zistil že na každom 1. 3. úsekov cesty (1.-AB; 2.-DE; 3.-GH), na každej zo 6 ciest má niekoľko možností ako prejsť cez C alebo F. V 1. úseku cesty je to 2 ✱, lebo ~~keď idem~~ tam mám stále iba 2 stĺpce takže musí dačke iba prejsť do druhého stĺpca, takže je to počet riadkov od vrátane východzieho bodu (kde sa ocitne keď prejde cez C/F v/na začiatku je v rohu) do konečného bodu, vrátane kde na ďalší teň prejde cez C/F/skončí) (počet možností). A potom to v každej ceste zvlášť vynásobím a všetko sčítam (aby som dostal možnosti):

1.- 2.2.6 = 24
2.- 2.4.4 = 32
3.- 2.6.2 = 24
4.- 4.2.4 = 32
5.- 4.4.2 = 32
6.- 6.2.2 = 24

168

✱

Takže mám 168 možností!!!

Michal Urban
sekunda
[illegible]mča
príklad č. 6

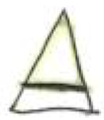
~~Najprv som zistil že trojuholník má 3 uhly a lichobežník 4, takže~~

Najprv som zistil že lichobežník má 4 vnútorné uhly, takže potrebujem vnútri urobiť (úsečkami) ~~násobok 4~~ [násobok 4 (4, 8, 12, ...)] uhlov. Keď dam 1 čiaru (2 útvary), tak urobí ďalšie ~~8/4~~ 4/3 (ak bude vychádzať z vrcholu). A 3+3/4 = 6/7. A ani jedno z nich nie je násobok 4. Keď tam budú 2 úsečky (3 útvary) tak urobí ďalšie 8/7/6. A 8/7/6+3 = 11/10/9, a ani jedno

1 z rohu, 2 z rohu

z nich nie je násobok 4. A keď tam budú 3 úsečky (2/3/4 útvary) tak urobí ďalšie 12/11/10/9. A 3+ 12/11/10/9 = 15/14/13/12. Takže iba keď 3 vých z rohu a to

2 z rohu, 2 z rohu, 3 z rohu

A nakoniec som zistil že potom môže iba urobiť čiaru  a vnútre tam trojuholník do ktorého dokážeme dať tri útvary z Δ a a tak prirátame k hocij. číslu (lebo tých čiar tam môže urobiť ∞). Takže výsledok je 3 - ∞

Michal Urban
Sekunda
Pomôcy
Prémica

„Rep!"

	1. nádoba	2. nádoba	3. nádoba	4. nádoba	5. nádoba
1. kolo	21	16	22	16	25
2. kolo	Ak som vyhral v 5. nádobe v 1. kole tak 25, ak nie tak 21	ak som tu vyhral v 1. kole, tak 21 ak nie tak 22	23	Zvyšok do 100	ak som tu v 1. kole prehral tak 30 ak som vyhral tak 24.
3. kolo	o 2 viac ako som tu kupol v 2. kole + usmejem sa	koľko tu dal súper v 1. kole + 1	11	Zvyšok do 100	ak som tu v 2. kole prehral tak 31, ak som vyhral tak 23

2.

Dávid Drobny, SŠ sv. Františka z Assisi, 6. ročník

Číslo ABBCD

A.B.B.C.D=BAC

B.A.C=AC

A.C=C

Najskôr som si vypočítal rovnicu A.C=C

A.C=C

A=C:C

A=1

Potom som išiel na B.A.C=AC

B.A.C=AC dosadil som za A 1

B.1.C=(10+C)   10+C, pretože A je na mieste desiatok

B.C=(10+C):1

B.C=(10+C)

B=(10+C):C   Potom som skúšal zameniť C za nejake číslo aby všetko sedelo. Prišiel som na to, že C=2 alebo 5. Ak by sa C=2, tak by sa B=6, pretože 12:2=6. Ak by sa C=5, tak by sa B=3, pretože 15:5=3. Najskôr som to skúsil tak, že C=2. Potom by to bolo takto:

A.B.B.C.D=BAC

1.6.6.2.D=612

72.D=612

D=612:72   612:72=8.5 a D nemôže byť osem celá päť, takže takto to nemôže byť. Tak to skúsim tak, že C=5. Potom by to malo byť takto:

A.B.B.C.D=BAC

1.3.3.5.D=315

45.D=315

D=315:45

D=7   To sa dá.

Číslo ABBCD je 13357.

3.

Dávid Drobny, SŠ sv. Františka z Assisi, 6. ročník

8 prirodzených čísel

súčet 20

skupina súčet 4

Najskôr som zistil, že čísla, ktoré môžu byť použité sú od 1 do 13 lebo inak sa nedá urobiť súčet 20

Všetky skupiny, ktorých súčet je 4:

1+1+1+1 1+1+2 2+2 1+3 4

Všetky možnosti ôsmych prirodzených ktorých súčet je 20:

1 1 1 1 1 1 1 13
1 1 1 1 1 1 2 12
1 1 1 1 1 1 3 11
1 1 1 1 1 1 4 10
1 1 1 1 1 1 5 9
1 1 1 1 1 1 6 8
1 1 1 1 1 1 7 7
1 1 1 1 1 2 2 11
1 1 1 1 1 2 3 10
1 1 1 1 1 2 4 9
1 1 1 1 1 2 5 8
1 1 1 1 1 2 6 7
1 1 1 1 1 3 3 9
1 1 1 1 1 3 4 8
1 1 1 1 1 3 5 7
1 1 1 1 1 3 6 6
1 1 1 1 1 4 4 7
1 1 1 1 1 4 5 6
1 1 1 1 2 2 3 9
1 1 1 1 2 2 4 8
1 1 1 1 2 2 5 7
1 1 1 1 2 3 3 8
1 1 1 1 2 3 4 7
1 1 1 1 2 3 5 6
1 1 1 1 2 4 4 6
1 1 1 1 2 4 5 5
1 1 1 1 3 3 4 6
1 1 1 1 3 4 4 5
1 1 1 2 2 3 4 6
1 1 1 2 3 3 4 5

Zistil som, že nieje žiadna možnosť, v ktorej by nebola žiadna zo skupín, v ktorej by nebol súčet 4 a najmenší súčet ôsmych čísel, v ktorom nieje žiadna skupina je:

2 3 3 3 3 3 3 3
čo sa rovná 23.

4.

Dávid Drobny, SŠ sv. Františka z Assisi, 6. ročník

4-ciferné čísla napísané ako keby boli digitálky

spolu 6688

po otočení čísel spolu 11896

0 nemôže byť na začiatku a na konci

Čísla, ktoré môžu byť použité:

1 po otočení 1, 2 po otočení 2, 5 po otočení 5, 6 po otočení 9, 8 po otočení 8, 9 po otečení 6, 0 po otočení 0

1. číslo 5_ _ _

2. číslo 1_ _ _

pretože 6 je iba 5+1 a 6+0 a nula tu nemôže byť, pretože je to na začiatku a po otočení je to na konci a je to 5+1 čo je 6 a čo má byť 6

1. číslo _ _ _2
2. číslo _ _ _6

pretože 8 je iba 2+6 a 8+0 a nula tu nemôže byť, pretože je to na konci a po otočení je to na začiatku a je to 2+9 čo je 11 a čo má byť 11

1. číslo _6 _ _

2. číslo _0 _ _

pretože 6 je iba 5+1 a 6+0 a nula tu môže byť, pretože to nieje ani na začiatku ani na konci a keď sa to otočí tak to je 0+9 čo je 9 a čo má byť 9 a keď sa otočí 5+1 tak to je 5+1 čo nie je 9

1. číslo _ _8 _

2. číslo _ _0 _

pretože 8 je iba 2+6 a 8+0 a nula tu môže byť, pretože to neni ani na začiatku ani na konci a keď sa to otočí tak to je 0+8 čo je 8 a čo má byť 8 a keď sa otočí 2+6 tak to je 9+2 čo nie je 8

Čísla sú 5682 a 1006 ale môže to byť aj inak ale iba tak, že môžeme vymeniť cifry, ktoré sú na rovnakom mieste napr. že čísla budú 1682 a 5006. Čiže Sára môže mať iné čísla. Možností je teda 2.2.2.2 = 16.

Mária Ostertágová

Príma B
Gymnázium Bilíkova 24, 84102 Bratislava
Príklad č. 2

Odpoveď:

Číslo ABBCD je 13357.

Postup:

Keďže A.C má byť C, tak sú 2 možnosti:

1. A=1 a potom 1.C = C.
2. C=0 a potom 0.A = 0. Ale toto nemôže byť, lebo potom B.A.C by nebolo AC.

Preto A musí byť 1.

Vieme, že platí B.A.C = AC. Keďže A = 1, tak B.C = 1C. Preto B.C musí byť také, aby výsledok bol C+10.

Skúšala som, aké môže byť číslo C a snažila som sa B dorátať. Vyšlo mi to iba pre 2 možnosti:

1. B=6 a C=2
2. B=3 a C=5

Keďže A.B.B.C.D = BAC tak si rozoberieme obe možnosti:

1. Zatiaľ vieme, že B=6, C=2 a A=1. Čiže 1.6.6.2.D = 612. Teda 72.D = 612. Preto D=8,5. Preto táto možnosť nemôže byť, lebo to musí byť celé číslo.
2. Zatiaľ vieme, že B=3, C=5 a A=1. Čiže 1.3.3.5.D = 315. Teda 45.D = 315. Preto D=7. Táto možnosť vyhovuje všetkým podmienkam zadania.

Mária Ostertágová

Príma B
Gymnázium Bilíkova 24, 84102 Bratislava
Príklad č. 3

Odpoveď:

Keby to nebola pravda, tak sú 2 možnosti:

1. Buď použijeme všetky čísla väčšie ako 4, takže to bude najmenej číslo 5. Keďže má byť 8 čísel, tak ich súčet bude minimálne 5.8 a to je viac ako 20.
2. Táto možnosť sa rozdelí na 4 ďalšie možnosti. Medzi číslami môžu byť najviac 3 jednotky, lebo inak by to malo súčet 4.:
    a. Nech sú medzi číslami 3 jednotky. Ďalšie čísla musia byť väčšie ako 4, teda najmenej 5, čiže súčet čísel by bol najmenej 3+5.5 a to je 28 a to je viac ako 20, čiže to nemôže byť.
    b. Nech sú medzi číslami 2 jednotky. Ďalšie čísla musia byť väčšie ako 4, teda najmenej 5, čiže súčet čísel by bol najmenej 2+6.5 a to je 32 a to je viac ako 20, čiže to nemôže byť.
    c. Nech je medzi číslami 1 jednotka, tak tam môže byť ešte 1 dvojka, ale ďalšie čísla musia byť väčšie ako 4, teda najmenej 5, čiže súčet čísel by bol najmenej 1+2+6.5 a to je 33 a to je viac ako 20, čiže to nemôže byť.
    d. Nech nie je medzi číslami ani jedna jednotka, tak najlepšia možnosť je, že tam bude 1 dvojka a k tomu bude 7 trojok. Čiže súčet čísel by bol 2+7.3 a to je 23 a to je viac ako 20, čiže to nemôže byť.

To dokazuje, že pri podmienkach úlohy sa musia nájsť nejaké čísla (alebo číslo), ktoré by dávali súčet 4 (alebo by bolo 4).

Mária Ostertágová

Príma B
Gymnázium Bilíkova 24, 84102 Bratislava
Príklad č. 4

Odpoveď:

Na papieri mohol mať napísané čísla 5686 a 1002.

Sára mohla mať na papieri napísané iné čísla a mať rovnaké výsledky. Napríklad čísla 5682 a 1006.

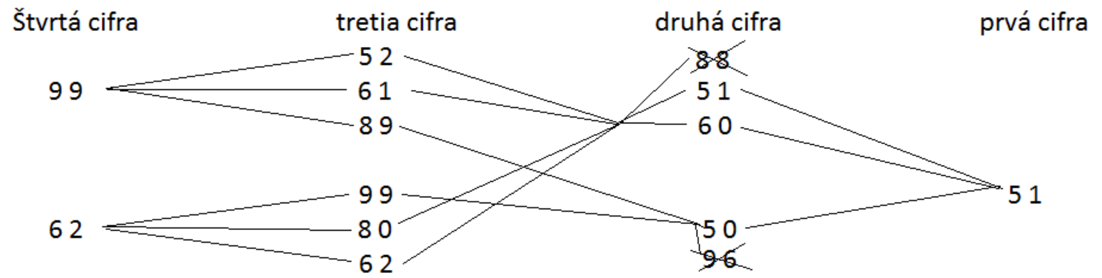
Celkovo je dvojíc takýchto čísel 8.

Postup:

Najprv som si zistila aké tie čísla môžu mat cifry. Vyšli mi tieto cifry:

1. Tie, čo po otočení ostávajú takými istými ciframi:
   1,2,5,8,0,
2. Tie, čo sa zmenia na inú cifru:
   6-9,

Zisťovala som, aké môžu byť dvojice cifier v tých číslach.



Vždy som sa snažila dosadiť čísla tak, aby sedel súčet tak, ako má byť. Išla som od poslednej cifry po prvú. Keď má byť na štvrtom mieste súčtu cifra 8, tak ju môžeme dosiahnuť dvomi spôsobmi.

1. Bude tam prechod cez desiatku, čiže to môže byť iba 9 9.
2. Nebude tam prechod cez desiatku, čiže to môže byť iba 6 2.

Keď má byť na treťom mieste súčtu cifra 8, tak ju môžeme dosiahnuť tromi spôsobmi.

1. Bol prechod cez desiatku (na štvrtom mieste je 9 9) čiže súčet môže byť 7. Čiže nebude prechod cez desiatku, čiže to môže byť 5 2 a 6 1.
2. Bol prechod cez desiatku (na štvrtom mieste je 9 9) čiže súčet môže byť 17. Čiže bude prechod cez desiatku, čiže to môže byť 8 9.
3. Nebol prechod cez desiatku (na štvrtom mieste je 6 2) čiže súčet môže byť 8. Čiže nebude prechod cez desiatku, čiže to môže byť 8 0 a 6 2.

4. Nebol prechod cez desiatku (na štvrtom mieste je 6 2) čiže súčet môže byť 18. Čiže bude prechod cez desiatku, čiže to môže byť 9 9.

Takto som pokračovala ďalej.

Pri prechode z tretej cifry do druhej sa schádzajú do jedného miesta čiarky z čísel, kde nebol prechod cez desiatku a do druhého, kde bol prechod cez desiatku. Potom sa to rozvetvuje pretože je viacero možnosti na druhú cifru.

Krížikom som preškrtla čísla, ktoré nemôžu byť, pretože tam bol prechod cez desiatku a bez 0 nevieme spraviť 5.

Spravila som všetky možnosti výberu dvojíc čísel, pričom nezáležalo, či napríklad v dvojici 5 1 je 5 použitá v prvom čísle alebo v druhom.

Prvé číslo	Druhé číslo	Prvé číslo dole hlavou	Druhé číslo dole hlavou	Súčet čísel dole hlavou
5559	1129	6555	6211	12766
5659	1029	6595	6201	12796
5569	1119	6955	6111	13066
5669	1019	6995	6101	13096
5589	1099	6855	6601	13456
5596	1092	9655	2601	13856
5586	1102	9855	2011	11866
5686	1002	9895	2001	11896
5566	1122	9955	2211	12166
5666	1022	9995	2201	12196

Zvýraznené šedým pozadím sú vyznačené čísla, ktoré vyhovujú požiadavkám.

Ďalšie možnosti sa dajú získať tak, že vymením cifry tak, aby čísla mali stále rovnaký súčet a vymením ich tak, že ich vymením za ich dvojičku. Napríklad poslednú cifru z prvého čísla vymením za poslednú cifru z druhého čísla.

5686	1002
5682	1006
5606	1082
5602	1086
5086	1602
5082	1606
5006	1682
5002	1686

Mária Ostertágová

Príma B
Gymnázium Bilíkova 24, 84102 Bratislava
Príklad č. 5

Odpoveď:

Figúrka sa vie dostať do rohu šachovnice 136 spôsobmi.

Postup:

Nakreslila som si šachovnicu a v nej čísla. Čísla predstavujú, koľkými spôsobmi sa vie figúrka dostať na dané políčko zo štartu, ak platí, že nemôžeš ísť dole a doľava. Šikmými číslami som písala nepárne kroky a podčiarknutými hrubými číslami som písala párne kroky. Ani jeden z hrubých podčiarknutých krokov nemohol byť na mieste, kadiaľ prechádzajú strážcovia. Značkou X sú označené miesta, na ktoré sa figúrka nevie dostať bez toho, aby ju vyhodili.

8	*1*	**8**	*8*	**18**	*50*	**X**	*48*	**136**
7	**1**	*7*	**X**	*10*	**32**	*32*	**48**	*88*
6	*1*	**6**	6	**10**	*22*	**X**	*16*	**40**
5	**1**	5	**X**	*4*	**12**	*12*	**16**	*24*
4	*1*	**4**	*4*	**4**	*8*	**X**	*4*	**8**
3	**1**	3	**X**	*2*	**4**	*4*	**4**	*4*
2	*1*	**2**	*2*	**2**	*2*	**X**	*X*	**X**
1	Start	1	**X**	*X*	**X**	*X*	**X**	*X*
	A	B	C	D	E	F	G	H

Začala som to vypĺňať od štartu až k cieľu. Keďže sa na ľubovoľné políčko vieš dostať iba z jeho ľavého alebo dolného suseda, tak počet možností, ktorými sa vieme dostať na ľubovoľné políčko je súčet čísel jeho ľavého a dolného suseda. Postupne som to vypĺňala až kým som neprišla do cieľa, ktorý je v pravom hornom rohu.

Zobrala som do úvahy, že by sa mohlo stať, že ten nepárny krok by išiel cez nepriateľskú figúrku. Ale nerobí nám to problém, pretože horný riadok je aj tak nepriechodný cez druhého strážcu a teda sa tie možnosti nezarátajú. Dolný riadok je tiež nepriechodný od prvého strážcu.

Mária Ostertágová

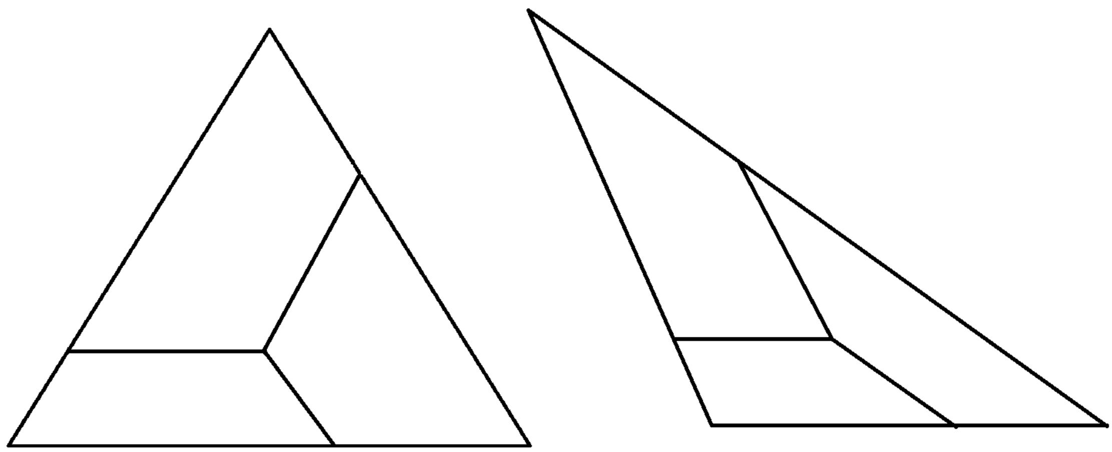
Príma B
Gymnázium Bilíkova 24, 84102 Bratislava
Príklad č. 6

Odpoveď:

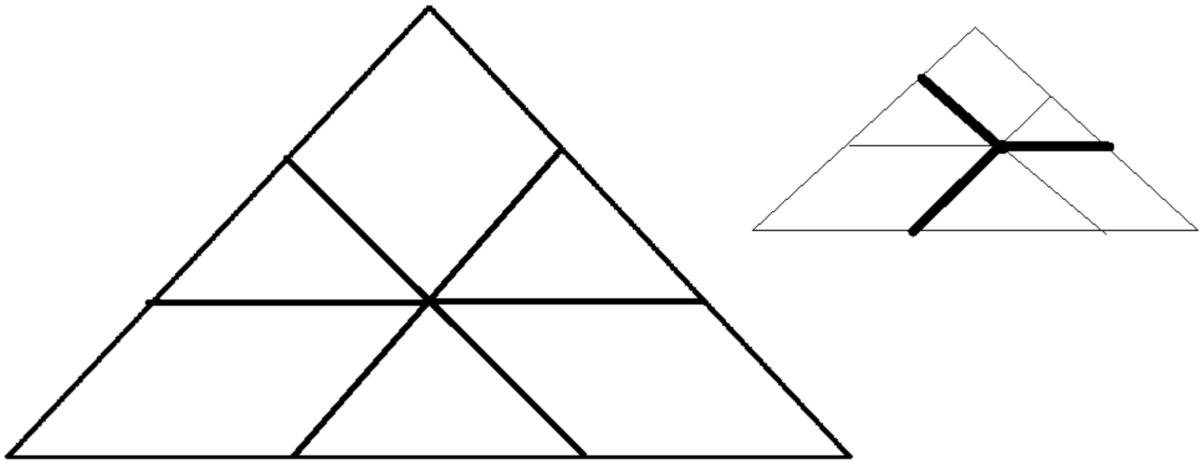
Mohlo ich byť najmenej 3, ľubovoľný počet väčší ako 3 a najviac ich mohlo byť teoreticky nekonečne veľa ale prakticky ich muselo byť konečne veľa, lebo by Jožo nevedel kresliť také malé lichobežníky takže maximálny počet závisí od veľkosti trojuholníka, hrúbky ceruzky a od trpezlivosti :) ☺ :-) .

Postup:

Najmenej môžu byť 3 preto, lebo každý roh bude tvoriť roh pre iný lichobežník. Keby sme to rozdelili iba na 2 časti, tak jedno by bol lichobežník a druhé trojuholník.



Zvolila som si vo vnútri trojuholníka jeden bod a spravila som rovnobežku s každou stranou trojuholníka tak aby prechádzala tým bodom. Potom som vymazala časti rovnobežiek tak, aby zostala z každej iba jedna časť od strany trojuholníka do toho bodu, ktorým prechádzali rovnobežky. Rovnobežky som vymazávala tak, že som si vybrala jednu časť rovnobežky a každú druhú časť v smere hodinových ručičiek som vymazala.



Na veľkom trojuholníku je znázornené, ako to bude vyzerať po narysovaní rovnobežiek a na malom obrázku sú znázornené hrubou čiarou rovnobežky, ktoré vymažem.

Nekonečno ich môže byť preto, lebo každý lichobežník sa dá rozdeliť na 2 lichobežníky tak, že spravíš rovnobežku, ktorá je rovnobežná s rovnobežnými stranami lichobežníka prechádzajúcu vnútrom lichobežníka.

Takto viem z týchto troch lichobežníkov zostrojiť hocikoľko lichobežníkov, ale musia byť minimálne 3.

Mária Ostertágová

Príma B
Gymnázium Bilíkova, 84102 Bratislava
Príklad č. prémia

Odpoveď:

Stratégia	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
1. kolo	3	32	30	32	3
2. kolo	Ak som tu vyhral v prvom kole, tak o 5 viac ako mal súper inak 3	Ak som tu prehral v prvom kole, tak 20, inak 32	Ak som tu prehral v prvom kole, tak 10, inak 30	25	Zvyšok do 100
3. kolo	Ak som tu vyhral v druhom kole, tak o 5 viac ako mal súper inak toľko koľko predtým	20	Ak som tu prehral v druhom kole, tak 10, inak 30	Zvyšok do 100	32

Erik Tóth
Sekunda A
ŠG NOVOHRADSKÁ
Príklad č. 3

Niektoré čísla v rade sa opakovať, pretože keby bol súčet tvorený z rozliš. čísel by bol výsledok väčší ako 20.
Keď musíme vybrať skupinu čísel ktorých súčet je 4 tak, skupina musí byť zložená ~~z~~ ~~mn~~ z minimálne 2 čísel menších ako 4 pretože 0 nie je ~~prirod čísl~~ prirodzené číslo. Takéto kombinácie sú:
1. 2+2
2. 1+3
3. 1+1+2
4. 1+1+1+1

Aby bol súčet 8 čísel 20, niektoré čísla musia byť menšie ako 4. Keby boli čísla väčšie alebo rovnajúce sa 4 ich súčet by bol väčší ako 20. Najmenej musí byť 4 čísla menšie ako 4. Toto platí iba v situácii 4+1+4+1+4+1+4+1. Aj keby bola ďalšia kombinácia ktorá by mala iba 4 čísla menšie ako 4 mohla by to byť 2+3+3+3+.... alebo 3+3+3+3+.....
Možnosť 2+3+3+3+... a 3+3+3+3+.... nesplňajú to, že ďalšie čísla v tomto súčte väčšie alebo rovnajúce 4 by s týmito číslami nedávali súčet 20.

Takto sme dokázali že žiaden prípad nevychádza čiže tvrdenie je pravdivé.

Erik Tóth
~~...~~ Sekunda A
príklad č. 4
SŠ Novohradská

Čísla, ktoré sa píšu digitálne a aj po prečítaní naopak dávajú zmysel sú 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9. Prvý prípad je ten, ktorý dáva výsledok 6688 a druhý prípad je ten, ktorý dáva výsledok 11896.

Súčet jednotkových čísiel v prvom prípade môže byť 8 alebo 18. Súčasne súčet číslic na tisícinovom mieste 2. prípade je dať 10 alebo 11. To znamená, že v prvom prípade súčet číslic nemôže byť 18 lebo by museli byť tieto obidve číslice 9 čo by v 2. prípade dávalo 12. Zostali nám možnosti, že súčet jednotkových číslic v 1. prípade bude 8. Súčet 8 je tvorený z čísel 2+6 alebo 0+8. 0+8 nie je platné lebo po otočení čísla 0 je číslo 0 a na 0 sa číslo nemôže začínať. Tým pádom možnosť 6+2 platí a v 2. prípade sa bude písať ako 2+9, čo je 11.

```
 _ _ _ 2      2 _ _ _
 _ _ _ 6      9 _ _ _
 -------     --------
 6 6 8 8     1 1 8 9 6
```

Súčet desiatkových čísiel v prvom prípade môže byť 8 alebo 18. Súčasne súčet číslic na stovkových miestach v 2. prípade je 8.

To znamená že v 1. prípade súčet číslic nemôže byť 18, lebo by museli byť obidve číslice 9, čo by v 2. prípade dávalo 12. Zostala nám možnosť, že súčet desiatkových číslic v 1. prípade bude 8. Súčet 8 sa dá napísať ako 6+2 alebo 0+8. Možnosť 6+2 nie je správna lebo po otočení čísla 6 dáva číslo 9 a 9+2=11≠8. Platná možnosť je 8+0 a v druhom prípade to bude teda 0+8=8.

```
 _ _ 0 2      2 8 _ _
 _ _ 8 6      9 0 _ _
 -------     --------
 6 6 8 8     1 1 8 9 6
```

Súčet stovkových čísiel v 1. prípade môže byť 6 alebo 16. Súčasne súčet čísiel na desiatkovom mieste bude [illegible] v 2., prípade 9.

Súčet stovkových čísiel v 1. prípade súčet čísiel nemôže byť 16 lebo, by muselo byť 8+8=16, ale 8+8=16≠9. Zostala nám možnosť, že súčet stovk. čísiel v 1. prípade bude 6. Súčet 6 sa dá zapísať ako 6+0 alebo 5+1. Možnosť 5+1 nie je dobrá lebo po otočení to je stále číslo 6 a 6≠9. Platná možnosť bude teda 6+0 a v 2. prípade to bude 9+0=9.

$$\begin{array}{r} \_002 \\ \_686 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 209\_ \\ 980\_ \\ \hline 11896 \end{array}$$

Ostáva nám už iba výsledok 6 v 1. aj 2. prípade. 6 sa môže napísať ako 5+1 alebo 6+0. 5+1 je správna možnosť lebo 1+5=6.

$$\begin{array}{r} 5002 \\ 1686 \\ \hline 6688 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2091 \\ 9805 \\ \hline 11896 \end{array}$$

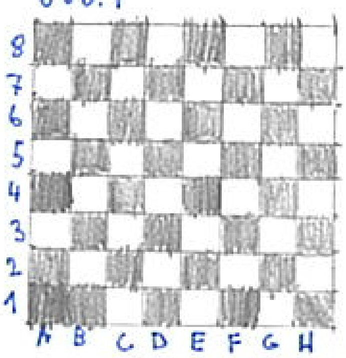
Kevin mal na papieri napísané práve tieto 2 čísla: 5002
1686

Tým že sa čísla dajú zameniť horné s dolným by to malo vychádzať 2·2·2·2=16

Sára mohla napísať iné číslo a dostať iný výsledok. Počet možností na toto číslo je teda 16.

Erik Tóth
Sekunda A
ŠŠ Novohradská
príklad č. 5

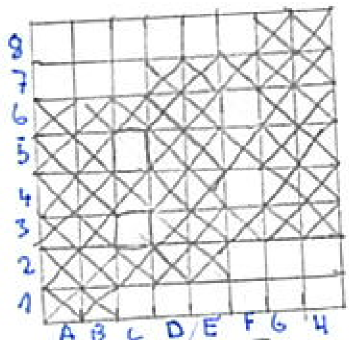
obr. 1



▩ = nepohráva sa ☐ = pohráva sa

Najprv nakreslíme na akom políčku sa pohráva alebo nepohráva. (vidíte obr. 1).
V stĺpci „c" a „f" nemôžeme dať figúrku na biele políčko lebo, by to našu figúrku vyradilo.
V stĺpci „c" môžeme prejsť len ~~riadkom~~ cez C6, C4 a C2.
C8 nemôžeme prejsť lebo ďalej by sme mohli ísť len riadkom 8 a to by potom našu figúrku na F8 vyradilo.
V stĺpci „F" môžeme prejsť len F7, F5 a F3. F1 nemôžeme prejsť lebo, naša figúrka môže ísť len hore a doprava a nemôže ísť dole a doprava.
Teraz nakreslíme na aké políčka sa naša figúrka môže dostať (vidíte obr. 2).

obr. 2



X = môže sa tam dostať ☐ = nemôže sa tam dostať

Ideme spočítať teda všetky možnosti.
Číslo ktoré bude vpredu bude to ktoré je počet možností pred „C", ktoré bude v strede je medzi „C" a „F" a na konci ktoré je za „F".
Keby bola figúrka cez C6 a F7 by bolo 6·2·2 možností
Ak by bola figúrka cez C4 a F5 by bolo 4·2·4 možností.
Keby bola figúrka cez C4 a F7 tak by bolo 4·4·2 možností
Ak by bola figúrka cez C2 a F3 tak by bolo 2·2·6 možností
Ak by bola ~~figúrk~~ fa figúrka cez C2 a F5 tak by bolo 2×4×4 možností
Keby bola figúrka cez C2 a F7 by bolo 2×6×2 možností

$(6\cdot2\cdot2)\cdot3+(4\cdot2\cdot4)\cdot3 = 24\cdot3+32\cdot3 = 72+96 = 168$

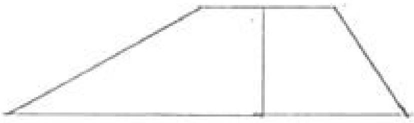
Dokopy sa figúrka môže dostať cez 168 možností

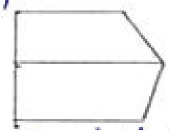
Erik Tóth
Sekunda A
SŠ Novohradská
príklad č. 6

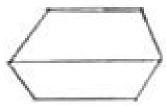
Lichobežník je útvar + ktorý má 2 protiľahlé strany ktoré, sú roznobežné a 2 ďalšie strany sú rovnobežné ale nesmú byť rovnako dlhé.

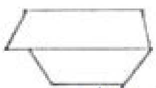
Trojuholník sa môže rozdeliť len na lichobežníky! ~~Nedá~~ Nemôže sa rozdeliť na iné útvary ale iba na lichobežníky.

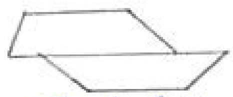
Trojuholník sa nemôže skladať z 1 lichobežníka, lebo to je iný geom. útvar.
Trojuholník sa nemôže skladať z 2 lichobežníkov, lebo to nie je možné. Z 2 lichobežníkoch môžeme spraviť:


4-uholník

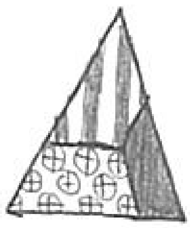

5-uholník

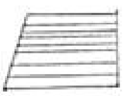

6-uholník


7-uholník


8 uholník

Z 3 lichobežníkov už vieme spraviť trojuholník.





Z 1 lichobežníka vieme spraviť ∞ lichobežníkov.
Čiže my vieme spraviť z trojuholníka ∞ lichobežníkov.

Trojuholník vieme rozdeliť od 3 do ∞ lichobežníkov.

Erik Tóth
Sekunda A
SŠ Novohradská

Príklad č. 7

Označme si zámky v budove 10 písmenami: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. a teraz nájdime aké kombinácie kľúčov strážcovia kľúčov musia mať. Na konci si to vydelíme 2 aby 2 strážcovia nevedeli odomknúť všetkých 10 zámkov.

A (126) AB – C 21 (možnosti), D 15, E 10, F 6, G 3, H 1
AC – D 15, E 10, F 6, G 3, H 1
AD – E 10, F 6, G 3, H 1
AE – F 6, G 3, H 1
AF – G 3, H 1
AG – H 1

B (70) BC – D 15, E 10, F 6, G 3, H 1
BD – E 10, F 6, G 3, H 1
BE – F 6, G 3, H 1
BF – G 3, H 1
BG – H 1

C (35) CD – E 10, F 6, G 3, H 1
CE – F 6, G 3, H 1
CF – G 3, H 1
CG – H 1

D (15) DE – F 6, G 3, H 1
DF – G 3, H 1
DG – H 1

E (5) EF – G 3, H 1
EG – H 1

F (1) FG – H 1

všimli sme si že keď kombinácia v strede je tak je y možností

x	y
C	21
D	15
E	10
F	6
G	3
H	1

$(1+5+15+35+70+126):2 = 252:2 = 126.$

všimli sme si, že v izbe je toľko strážcov, koľko je v A možností

V izbe je najviac 126 strážcov

Keby bolo v izbe 42 zámkov a strážcovia by mali 21 kľúčov som nestihol vypočítať

Adam Gramblička
Sekunda
Gymnázium Grösslingova
Bratislava

Príklad č.: 3

Riešenie:
Čísla si označíme a, b, c, d, e, f, g, h. Ich súčet sa rovná 20:

a + b +c + d + e + f + g +h = 20

Mám dokázať, že z týchto 8 prirodzených čísel viem vybrať nejakú skupinu čísel, ktorej súčet sa rovná 4. Keďže je to skupina čísel, musia to byť minimálne dve čísla. Maximálne to môžu byť 4 čísla, keďže súčet 4 pre 4 čísla dosiahnem len vtedy, ak každé číslo z týchto štyroch sa bude rovnať 1. S nulou nerátam, keďže nie je prirodzené číslo.

Vypíšem si všetky možnosti skupín čísel, ktorých súčet sa rovná 4:

1. a + b = 4
   1 + 3 = 4
   2 + 2 = 4
   3 + 1 = 4

   Súčet ostatných 6 čísel sa rovná 16

2. a + b + c = 4
   1 + 1 + 2 = 4
   1 + 2 + 1 = 4
   2 + 1 + 1 = 4

   Súčet ostatných 5 čísel sa rovná 16

3. a + b + c + d = 4
   1 + 1 + 1 + 1 = 4

   Súčet ostatných 4 čísel sa rovná 16

Vieme s určitosťou povedať, že všetkých 8 čísel sa nemôže rovnať číslu 3, alebo inému väčšiemu číslu. Aby sa súčet ôsmich čísel rovnal 20, určite v tomto súčte musia byť nejaké číslice 1 alebo 2. Ak by bolo všetkých 8 čísel rovných číslu 3, tak ich súčet by bol 24. Aby bol súčet rovný 20, tak musia byť minimálne dve číslice rovné číslu 1. A keďže zvyšných 6 číslic sú samé číslice 3, tak máme dve skupiny čísel rovných súčtu 4. 3 + 1 a 3 + 1.

Pre 1. možnosť a + b = 4, súčet zvyšných 6 čísel sa musí rovnať číslu 16. To vieme určite dosiahnuť. Napríklad: 1 + 1 + 2 + 2 + 5 + 5

Pre 2. možnosť a + b + c = 4, súčet zvyšných 5 čísel sa musí rovnať číslu 16. To vieme určite dosiahnuť. Napríklad: 1 + 1 +2 + 2 + 10

Pre 3. možnosť a + b + c + d= 4, súčet zvyšných 4 čísel sa musí rovnať číslu 16. To vieme určite dosiahnuť. Napríklad: 4 + 4 + 4 + 4.

Čiže s toho vyplýva, že v týchto číslach vždy nájdeme skupinu, ktorá má súčet čísel 4.

Odpoveď:

Určite vieme z 8 prirodzených čísel, ktorých súčet je 20, vybrať nejakú skupinu čísel, ktorá má súčet 4.

Adam Gramblička
Sekunda
Gymnázium Grösslingova
Bratislava

Príklad č.: 4

Riešenie:

Vypíšem si všetky jednociferné čísla:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Keďže číslice musíme otočiť, tak sú použiteľné len niektoré. V tomto príklade sú použiteľné len:

0, 1, 2, 5, 6, 8, 9 (pričom 6 po otočení bude 9 a 9 po otočení bude 6).

Teraz si napíšem príklad:

```
  6 9 8 1 1
  _________  +

+ _________
  6 6 8 8
```

Pre prvý stĺpec sa dajú použiť nasledujúce kombinácie z použiteľných číslic: 0 + 6, 5 + 1, 8 + 8. Máme však k dispozícií len 5 + 1. 0 + 6 by sa po otočení rovnalo 9 a taktiež nesmie číslo začínať nulou a 8 +8 je 16 čo je už väčšie číslo ako 8. Čiže v prvom stĺpci sú číslice 5 a 1.

V druhom stĺpci sa musí súčet číslic rovnať 6 a po otočení 9 a mi máme k dispozícií len 2 čísla ktoré sa menia po otočení, sú to: 6 a 9 čiže kombinácia v druhom stĺpci bude 0 a 6 a nemôže byť iná (možno 9, keby boli súčty opačne).

V treťom stĺpci sa dajú použiť nasledujúce kombinácie z použiteľných číslic: 0 + 8, 6 + 2. Máme však k dispozícií len 8 + 0 (lebo 6 + 2 by sa po otočení rovnalo 11).Čiže v tretom stĺpci sú číslice 0 a 8.

Tento prípad

Vo štvrtom stĺpci sa musí súčet číslic rovnať 8 a po otočení 11. Čiže kombinácia číslic v stĺpci bude 2 a 6 a nemôže byť iná (9 keby boli súčty opačne).

A tu máme výsledný príklad:

```
  6 9 8 1 1
  _________
  1 6 0 2    +
+ 5 0 8 6
  _________
  6 6 8 8
```

A aby sme získali všetky možnosti stačí číselné kombinácie systematicky poprehadzovať:

1602	1606	1682	1686	1002	1006	1082	1086
5086	5082	5006	5002	5686	5682	5606	5602
~~5602~~	~~5606~~	~~5682~~	~~5686~~	~~5002~~	~~5006~~	~~5082~~	~~5086~~
~~1086~~	~~1082~~	~~1006~~	~~1002~~	~~1686~~	~~1682~~	~~1606~~	~~1602~~

Prečiarknuté možnosti sú rovnaké ako tie v hornom riadku, len sú obrátené (sú rovnaké dvojice čísel.

Odpoveď:

Kevin mohol mať na papieri napísanú jednu z nasledujúcich ôsmich dvojíc čísel:

1602	1606	1682	1686	1002	1006	1082	1086
5086	5082	5006	5002	5686	5682	5606	5602

Sára mohla mať na papieri napísanú jednu z nasledujúcich dvojíc čísel, inú ako Kevin:

1602	1606	1682	1686	1002	1006	1082	1086
5086	5082	5006	5002	5686	5682	5606	5602

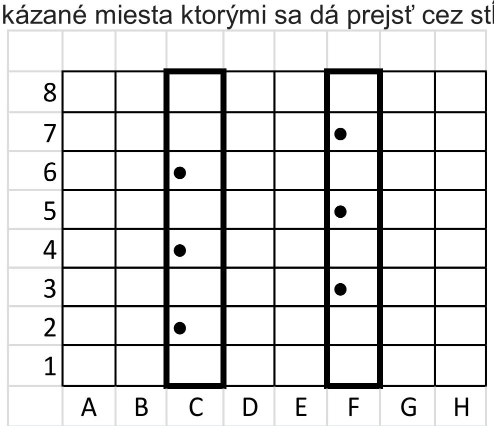
Máme 8 možností.

Adam Gramblička
Sekunda
Gymnázium Grösslingova
Bratislava

Príklad č.: 5

Riešenie:

Keďže pre každý druhý(párny) ťah, sú stĺpce C a F nepriestupné, môžeme na ne vstúpiť iba každý nepárny ťah.
Tu sú ukázané miesta ktorými sa dá prejsť cez stĺpce C a F:



Cez C8 sa dá prejsť, ale potom sa už ďalej nedostanem cez F8, čiže C8 rátať nebudem.

Teraz si napíšem možnosti pre stĺpce A a B:

Z bodu A1 = mám 2 → D2, 4 → D4, 6 → D6

Teraz si napíšem možnosti pre stĺpce D a E:

Ak prejdem na D2 = mám 2 → G3, 4 → G5 a 6 → G7

Ak prejdem na D4 = mám 2 → G5 a 4 → G7

Ak prejdem na D6 = mám 2 → G7

Teraz si napíšem možnosti pre stĺpce G a H:

Ak prejdem na G3 = mám 6 možností ako sa dostať na H8

Ak prejdem na G5 = mám 4 možnosti ako sa dostať na H8

Ak prejdem na G7 = mám 2 možnosti ako sa dostať na H8

Teraz si vypočítam koľko je spolu všetkých možností:

D2 → ((2 . 6) + (4 . 4) + (6 . 2)) **. 2** = 80

D4 → ((2 . 4) + (4 . 2)) **. 4**= 64

D6 → (2 . 2) **. 6** = 24

Tu som si vypočítal možnosti od D–čkových priechodov a potom som ich **vynásobil počtom možností od A1 do Dx** (X je jedno s čísel 2, 4, 6)

SPOLU: 80 + 64 + 24 = 168

Odpoveď: Z A1 do H8 sa dá dostať 168 spôsobmi.

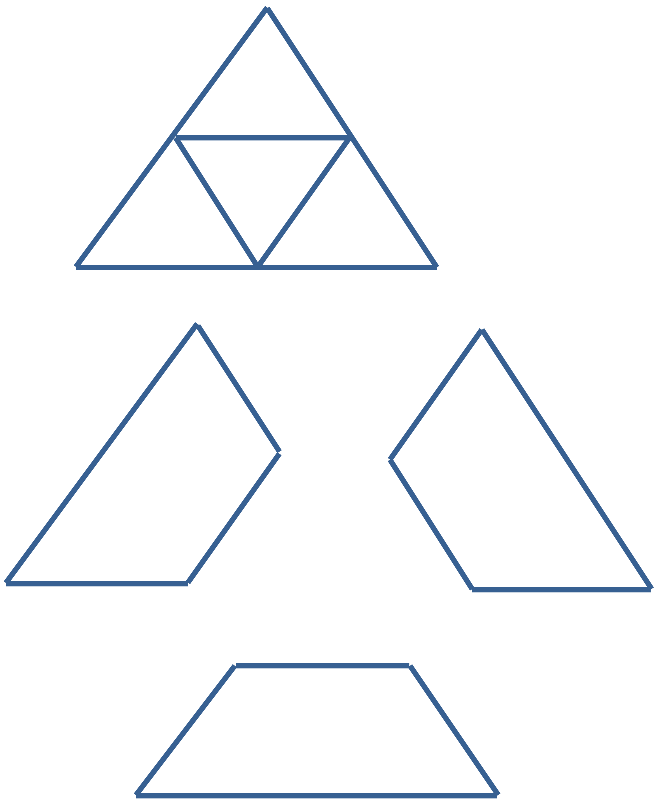
Adam Gramblička
Sekunda
Gymnázium Grösslingova
Bratislava

Príklad č.: 6

Riešenie:
Ak by som si urobil stredné priečky trojuholníka, rozdelím ho na tri lichobežníky.

Ďalej, ak urobím strednú priečku lichobežníkov, ktoré sme dostali z nášho rozdeleného trojuholníka, viem ich rozdeliť na dva menšie lichobežníky. Na rozdelených lichobežníkoch viem urobiť znovu strednú priečku, čím ich znovu rozdelím na menšie dva lichobežníky.

Takto by som dokázal zdvojnásobovať počet lichobežníkov do nekonečna.



Atď. ...

Odpoveď: Trojuholník sa dá rozdeliť na nekonečný počet lichobežníkov.

Adam Gramblička
Sekunda
Gymnázium Grösslingova
Bratislava

Príklad č.: 7

Riešenie:

1. Skúsim najprv riešiť príklad pre truhlicu s menším počtom zámkov, napríklad iba pre 4 zámky. O strážcoch potom vieme tieto informácie:
   - Každý strážca má pri sebe práve 2 kľúče, z ktorých každý otvára práve jeden zámok.
   - Neexistujú dvaja strážcovia, ktorý majú kľúče k rovnakým 2 zámkom (čiže rovnakú sadu kľúčov).
   - Neexistujú dvaja strážcovia, ktorý by spolu vedeli odomknúť všetky 4 zámky

   Zámky si označím písmenami: A, B, C, D.

   a.) Keďže strážcovia môžu mať iba práve dva kľúče, z ktorých každý otvára práve jeden zámok, tak potom môžu mať nasledujúce kombinácie kľúčov (nemôžu mať dva rovnaké kľúče k tomu istému zámku – kľúče sa nesmú opakovať):

   AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC – teda 12 kombinácií (variácií)

   b.) Keďže neexistujú dvaja strážcovia, ktorí majú kľúče k rovnakým 2 zámkom (čiže rovnakú sadu kľúčov), niektoré kombinácie musíme vylúčiť. Nezáleží nám teda na poradí. Konkrétne:
   BA je zhodné s AB
   CA je zhodné s AC
   CB je zhodné s BC
   DA je zhodné s AD
   DB je zhodné s BD
   DC je zhodné s CD
   Zostali nám tieto kombinácie: AB, AC, AD, BC, BD, CD – teda 6 kombinácií.

   c.) Keďže neexistujú dvaja strážcovia, ktorý by spolu vedeli odomknúť všetky 4 zámky, musíme vylúčiť ďalšie kombinácie. Pri týchto by dvaja strážcovia vedeli odomknúť všetky 4 zámky:
   AB a CD – vylúčime CD
   AC a BD – vylúčime BD
   AD a BC – vylúčime BC
   Zostali nám teda iba kombinácie AB, AC a AD, čo je polovica z predchádzajúceho počtu kombinácií, ktoré mohli nastať – teda 6:2 = 3 kombinácie.

   V našom prípade v izbe s truhlicou so štyrmi zámkami môžu byť najviac traja strážcovia.

2. Teraz sa pokúsim riešiť príklad pre o trochu väčšiu truhlicu, kde je napríklad 6 zámkov. O strážcoch potom vieme tieto informácie:
   - Každý strážca má pri sebe práve 3 kľúče, z ktorých každý otvára práve jeden zámok.
   - Neexistujú dvaja strážcovia, ktorý majú kľúče k rovnakým 3 zámkom (čiže rovnakú sadu kľúčov).
   - Neexistujú dvaja strážcovia, ktorý by spolu vedeli odomknúť všetkých 6 zámkov

Zámky si označím písmenami: A, B, C, D, E, F.

a.) Keďže strážcovia môžu mať iba práve tri kľúče, z ktorých každý otvára práve jeden zámok, tak potom môžu mať nasledujúce kombinácie kľúčov (nemôžu mať dva rovnaké kľúče k tomu istému zámku – kľúče sa nesmú opakovať):

ABC, ABD, ABE, ABF, ACB, ACD, ACE, ACF, ADB, ADC, ADE, ADF, AEB, AEC, AED, AEF, AFB, AFC, AFD, AFE
BAC, BAD, BAE, BAF, BCA, BCD, BCE, BCF, BDA, BDC, BDE, BDF, BEA, BEC, BED, BEF, BFA, BFC, BFD, BFE
CAB, CAD, CAE, CAF, CBA, CBD, CBE, CBF, CDA, CDB, CDE, CDF, CEA, CEB, CED, CEF, CFA, CFB, CFD, CFE
DAB, DAC, DAE, DAF, DBA, DBC, DBE, DBF, DCA, DCB, DCE, DCF, DEA, DEB, DEC, DEF, DFA, DFB, DFC, DFE
EAB, EAC, EAD, EAF, EBA, EBC, EBD, EBF, ECA, ECB, ECD, ECF, EDA, EDB, EDC, EDF, EFA, EFB, EFC, EFD
FAB, FAC, FAD, FAE, FBA, FBC, FBD, FBE, FCA, FCB, FCD, FCE, FDA, FDB, FDC, FDE, FEA, FEB, FEC, FED
teda 120 kombinácií (variácií)

b.) Keďže neexistujú dvaja strážcovia, ktorí majú kľúče k rovnakým 3 zámkom (čiže rovnakú sadu kľúčov), niektoré kombinácie musíme vylúčiť. Nezáleží nám na poradí kľúčov v kombináciách.
ABC, ABD, ABE, ABF, ~~ACB~~, ACD, ACE, ACF, ~~ADB, ADC~~, ADE, ADF, ~~AEB, AEC, AED~~, AEF, ~~AFB, AFC, AFD, AFE~~
~~BAC, BAD, BAE, BAF, BCA~~, BCD, BCE, BCF, ~~BDA, BDC~~, BDE, BDF, ~~BEA, BEC, BED,~~ BEF, ~~BFA, BFC, BFD, BFE~~
~~CAB, CAD, CAE, CAF, CBA, CBD, CBE, CBF, CDA, CDB~~, CDE, CDF, ~~CEA, CEB, CED~~, CEF, ~~CFA, CFB, CFD, CFE~~
~~DAB, DAC, DAE, DAF, DBA, DBC, DBE, DBF, DCA, DCB, DCE, DCF, DEA, DEB, DEC~~, DEF, ~~DFA, DFB, DFC, DFE~~
~~EAB, EAC, EAD, EAF, EBA, EBC, EBD, EBF, ECA, ECB, ECD, ECF, EDA, EDB, EDC, EDF, EFA, EFB, EFC, EFD~~
~~FAB, FAC, FAD, FAE, FBA, FBC, FBD, FBE, FCA, FCB, FCD, FCE, FDA, FDB, FDC, FDE, FEA, FEB, FEC, FED~~

Konkrétne nám zostali tieto:
ABC, ABD, ABE, ABF, ACD, ACE, ACF, ADE, ADF, AEF, BCD, BCE, BCF, BDE, BDF, BEF, CDE, CDF, CEF, DEF.
Zostalo nám 20 kombinácií

c.) Keďže neexistujú dvaja strážcovia, ktorý by spolu vedeli odomknúť všetkých 6 zámkov, musíme vylúčiť ďalšie kombinácie. Konkrétne to je polovica z počtu zvyšných kombinácii.
ABC, ABD, ABE, ABF, ACD, ACE, ACF, ADE, ADF, AEF, ~~BCD, BCE, BCF, BDE, BDF, BEF, CDE, CDF, CEF, DEF~~.

Konkrétne nám zostali tieto:
ABC, ABD, ABE, ABF, ACD, ACE, ACF, ADE, ADF, AEF.
Zostalo nám teda 20: 2 = 10 kombinácií.

V našom prípade v izbe s truhlicou so šiestimi zámkami môže byť najviac 10 strážcov.

3. Teraz sa pokúsim riešiť náš príklad pre veľkú truhlicu, na ktorej je 10 zámkov. V izbe sú aj strážcovia, o ktorých vieme tieto tri informácie:
   - Každý strážca má pri sebe práve 5 kľúčov, z ktorých každý otvára práve jeden zámok.
   - Neexistujú dvaja strážcovia, ktorí majú kľúče k rovnakým 5 zámkom (čiže rovnakú sadu kľúčov).
   - Neexistujú dvaja strážcovia, ktorý by spolu vedeli odomknúť všetkých 10 zámkov.

   (K jednému zámku môže mať kľúč teda viacero strážcov)

   Po zohľadnení prvej a druhej podmienky (každý strážca má 5 kľúčov, z ktorých každý otvára práve jeden zámok a neexistujú dvaja strážcovia, ktorí majú kľúče k rovnakým piatim zámkom) môžeme príklad riešiť pomocou kombinácii bez opakovania.

Kombinácie použijem preto, lebo nám nezáleží na poradí piatich kľúčov, ktoré majú strážcovia. Neexistujú dvaja strážcovia, ktorí majú kľúče k rovnakým piatim zámkom – teda (A,B,C,D,E) je to isté ako (A,B,E,C,D), atď.
Kombinácie bez opakovania preto, lebo každý strážca má 5 kľúčov, z ktorých každý otvára práve jeden zámok – nemôže mať teda napríklad nasledujúce kombinácie (A,A,A,A,A), alebo (A,A,C,D,E), atď.

Pre dosiahnutie konečného výsledku musíme zohľadniť poslednú podmienku - neexistujú dvaja strážcovia, ktorý by spolu vedeli odomknúť všetkých 10 zámkov. Preto musíme výsledok, ktorý dostaneme z kombinácií bez opakovania ešte vydeliť číslom 2.

C(k,n) = n!/(n-k)!k!
V našom prípade k=5 a n=10

C(5,10) = 10!/(10-5)!. 5!
C(5,10) = 10!/5!. 5!
C(5,10) = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1/5.4.3.2.1.5.4.3.2.1
C(5,10) = 10.9.8.7.6/5.4.3.2
C(5,10) = 30 240 : 120
C(5,10) = 252

Keďže neexistujú dvaja strážcovia, ktorí by spolu vedeli odomknúť všetkých 10 zámkov, výsledný počet kombinácií musíme vydeliť číslom 2:

252 : 2 = **<u>126</u>**

<u>V izbe s truhlicou s desiatimi zámkami môže byť najviac 126 strážcov.</u>

Overím si ešte riešenie s kombináciami pre body 1 a 2 (skúška správnosti):

Overenie riešenia z bodu 1 – k=2 a n=4:
C(2,4) = 4!/(4-2)!.2!
C(2,4) = 4.3.2.1/2.1.2.1
C(2,4) = 24 : 4
C(2,4) = 6

6 : 2 = 3
Teda v izbe s truhlicou so štyrmi zámkami môžu byť najviac traja strážcovia.

Overenie riešenia z bodu 2 – k=3 a n=6:
C(3,6) = 6!/(6-3)!.3!
C(3,6) = 6.5.4.3.2.1/3.2.1.3.2.1
C(3,6) = 6.5.4/3.2
C(3,6) = 120 : 6
C(3,6) = 20

20 : 2 = 10
Teda v izbe s truhlicou so šiestimi zámkami môže byť najviac desať strážcov.

4. A čo by sa stalo pokiaľ by zámkov bolo 42 a každý strážca by mal 21 kľúčov?

   Použijem vzorec pre kombinácie bez opakovania a výsledok vydelím číslom 2:

C(k,n) = n!/(n-k)!k!
V tomto prípade k=21 a n=42

C(21,42) = 42!/(42-21)!.21!
C(21,42) = 42!/21!.21!
C(21,42)=42.41.40.39.38.37.36.35.34.33.32.31.30.29.28.27.26.25.24.23.22/21.20.19.18.17.16.15.14.13.12.11.10.9.8.7.6.5.4.3.2
C(21,42)= 27 500 101 936 481 280 675 682 713 600 000 : 51 090 942 171 709 440 000
C(21,42) = 538 257 874 440

538 257 874 440 : 2 = 269 128 937 220

Pokiaľ by zámkov bolo 42 a každý strážca by mal 21 kľúčov, tak v izbe by mohlo byť najviac 269 128 937 220 strážcov.

Odpoveď:

V izbe, kde je truhlica, na ktorej je 10 zámkov a každý strážca mal 5 kľúčov môže byť najviac 126 strážcov.
V izbe, kde je truhlica, na ktorej je 42 zámkov a každý strážca mal 21 kľúčov môže byť najviac 269 128 937 220 strážcov.

Matej Haverlík, Tercia, Gymnázium Jura Hronca, Novohradská 1, Príklad číslo 4

PRÍKLAD 4

Prvá vec čo urobíme je, že si urobíme zoznam čísel, ktoré môžeme použiť. Sú to:
1, 2, 5, 6, 8, 9, 0, lebo sa dajú napísať hore nohami a dáva to zmysel.
Treba si uvedomiť, že ak je nejaká cifra 6, hore nohami to bude 9, a naopak. Žiadna iná hodnota nie je iná zhora ako zdola.

9	6	8	1	1
A1	B1	C1	D1	
A2	B2	C2	D2	
6	6	8	8	

Druhá vec čo urobíme je napíšeme si to ako súčet.
Napíšeme si ale súčet z oboch strán, ako toto:
Samozrejme, napísal som vrchné číslo hore nohami.

Pozrime sa na stĺpec A. Vidíme, že tam nemôže byť prechod cez desiatku, lebo by vyšlo číslo väčšie ako 6688. Z obidvoch strán má byť súčet 6, a keďže je to krajný stĺpec desiatok, tak nemôže byť prechod z oboch strán, teda súčet bude 6. To môže byť buď 0+6, ale to by jedna strana mala 0+9, alebo 1+5, jediná funkčná odpoveď je teda 1+5. Nezáleží na tom ktoré je A1 alebo A2, lebo súčet je komutatívna operácia. Doplňme si to:::

9	6	8	1	1
1	B1	C1	D1	
5	B2	C2	D2	
6	6	8	8	

Stĺpec B. Znova nám dole vychádza 6, ale hore 9. Ak by sme použili 1+5, hore by vyšlo tiež 6, a nemôžem byť prechod 3. Môže to ale byť 0+6, ktoré´ bude na druhej storne 0+9. Doplňme si to:::

9	6	8	1	1
1	0	C1	D1	
5	6	C2	D2	
6	6	8	8	

Stĺpec C. Vieme Že tá dolná osmička nemôže mať prechod cez 10, lebo stĺpec B nemá prechod. Teda to môže byť buď: 2+6 alebo 0+8. Ale **2+6 by bolo na druhej strane 11**, a to byť nemôže. Bude to 0+8. Nie je tu prechod.

Stĺpec D. Na jednej strane má vyjsť 8, na druhej 11. Znovu, 8 môže vytvoriť 0+8 alebo 2+6, pričom 0+8 je 8 na oboch stranách, a len 2+6 je 11 na druhej. To je presne čo hľadáme. Doplňme:::

9	6	8	1	1
1	0	0	2	
5	6	8	6	
6	6	8	8	

Otázka znie, kolo možností je? Ako sme si už skôr povedali, môžeme zamieňať jednotlivé cifry, takže máme 2*2*2*2 možností na iné dvojice čísel. Sú to:

1002; 5686	**5002; 1686**
1006; 5682	**5006; 1682**
1082; 5606	**5082; 1606**
1086; 5602	**5086; 1602**
1602; 5086	**5602; 1086**
1606; 5082	**5606; 1082**
1682; 5006	**5682; 1006**
1686; 5002	**5686; 1002**

Matej Haverlík, Tercia, Gymnázium Jura Hronca, Novohradská 1, Príklad číslo 5

PRIKLAD 5

Nakreslím si mriežku 8x8 a na každé políčko si budem písať koľkými spôsobmi sa tam viem dostať. Tých spôsobov bude vždy toľko, koľkými spôsobmi sa dá dostať na to pod ním plus naľavo od neho. Budeme to vypĺňať od ľavého dolného rohu. Takisto využijem to, že šachovnica je dvojfarebná, takže po každom druhom ťahu budú na čiernom políčku. To bude vtedy keď sa strážcovia budú hýbať. Takže ak sú v strážcovskom stĺpci na čiernom políčku, tak ich strážca vyradí. Označím si teda všetky čierne políčka v strážcovských stĺpcoch X. Na tie políčka stúpať nebudem.

		S			S		
1	8	8	21	69	X	79	240
1	7	X	13	48	48	79	161
1	6	6	13	35	X	31	82
1	5	X	7	22	22	31	51
1	4	4	7	15	X	9	20
1	3	X	3	8	8	9	11
1	2	2	3	5	X	1	2
1	1	X	1	1	1	1	1

Je to 240.

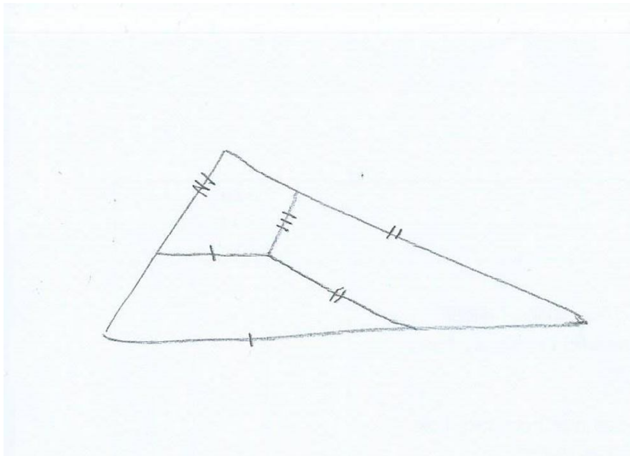
PRIKLAD 6

Dôležitá vec čo si treba uvedomiť, je, že každý lichobežník vieme rozdeliť na akýkoľvek počet ďalších lichobežníkov, napríklad tak, že ho nasekáme rovnobežne so základňami na špagety. Takže nám stačí zistiť aký je najmenší počet lichobežníkov, akýkoľvek väčší počet sa dá.

Logicky nestačí jeden lichobežník. Musel by vypĺňať celý trojuholník.

Na dokázanie že dvomi to nejde, potrebujeme vedieť toto: Každý trojuholník je konvexný. Takže dva lichobežníky musíme spojiť stranami, aby nevznikli žiadne vypuklé uhly. Takže súčet vnútorných uhlov bude 360°+360°, prípadne odpočítať 180° alebo 360°, keďže môžu vzniknúť na dvoch miestach priamky kde pokračuje strana. Stále však bude súčet vnútorných uhlov viac ako 180°, koľko potrebujeme aby sme vytvorili trojuholník.

Tri sa už však dajú, a to takto:



Odpoveď: akékoľvek číslo väčšie rovné 3.

PRÍKLAD 7

Prvá vec čo urobíme, je, že si vypočítame koľko je rôznych kombinácii 5 kľúčov z 10. Tých bude $\frac{10!}{5!5!}$, teda 252. Ďalšia podmienka však je, že žiadni dvaja strážcovia nemajú plnú sadu kľúčov. Každá sada kľúčov má práve jednu druhú sadu, s ktorou tvoria plnú sadu, takže aby žiadni dvaja strážcovia nemali kompletnú sadu kľúčov, môžeme použiť len polovicu sád.[1] Teda odpoveď je 126.

To isté urobíme s druhou časťou príkladu, kde je zámkov **42** :D!

$$\frac{42!}{21!\,21!} = 538257874440$$

Znovu však môžeme použiť len polovicu sád[2], teda strážcov v miestnosti môže byť najviac **dvestošesťdesiatdeväť miliárd stodvadsaťosem miliónov deväťstotridsaťsedem tisíc dvestodvadsať**. Gustaffson by si strážcov musel doniesť z ďalších 38 Zemí[3].

1- Koľko krát som akože použil slovo sada??? :D
2- Ó nie, už zasa začínam...
3- $(7\text{x}10^{9})\text{x}38$

Matej Haverlík, Tercia, Gymnázium Jura Hronca, Novohradská 1, Príklad číslo 8

PRÍKLAD 8

Predstavme si fialovú rovinu (prečo nie fialovú?). teraz na ňu umiestnime žltý bod. Na každej priamke sú najviac dve farby. Takže dve farby môžu byť.

Teraz si vezmime nejakú priamku prechádzajúcu cez ten žltý bod. Všetku fialovú na tej priamke nahradíme žltou a zelenou. Stále budú všetky priamky mat najviac 2 farby, lebo každá priamka môže pretínať tu žltozelenú najviac v jednom bode (Alebo je to tá žltozelená). Takže môžu byť tri farby.

Môžu však byt štyri farby?
Predstavme si štyri body. všetky štyri sú rôznych farieb. Teraz si urobíme štvoruholník z týchto bodov tak, aby sám seba nepretínal. Ak sú aspoň tri z jeho vrcholov na priamke, tak na tej priamke sú tri rôzne farby, a to nemôže byt. Takže taký štvoruholník sa urobiť dá. Nazvime ho ABCD. Teraz si vezmime jeho uhlopriečky AC a BD. Vieme, že na priamke AC môžu byt len farby bodov A a C, inak by tam bolo viac farieb a to nemôže byt. Takisto na priamke BD budú len farby B a D. Ale my vieme, že sa musia pretínať, lebo sú to uhlopriečky. Aká farba bude na ich priesečníku? Musí to byt **(*A* alebo *C*) a zároveň (*B* alebo *D*)**. Nedá sa to.

Viac farieb samozrejme nemôže byť. Zopakujeme postup hore.

Na rovine môže byt naviac 3 farieb.

Matej Haverlík, Tercia, Gymnázium Jura Hronca, Novohradská 1, Príklad PREMIA

PREMIA

STRATEGIA	Nadoba 1	Nadovba 2	Nadoba 3	Nadoba 4	Nadoba 5
1. kolo	1	1	36	31	31
2. kolo	1	36	31	31	1
3. kolo	36	31	31	1	1

Lukáš Šuster
5.B.
Z.Š. A. Dubčeka, Majerníkova 62
Príklad č. 1

Janka (2*hruška+1*jablko) > Viki (2*pomaranč+1*hruška) > Ignác (2jablká+1*hruška)

Z tohto vieme určiť, že jablko je najľahšie, pomaranč stredne ťažký hruška najťažšia.

Keď porovnáme Ignáca a Janku, tak Ignác má jedno jablko miesto Jankinej hrušky. Takže jablko je ľahšie ako hruška. Keby bol pomaranč ťažší ako hruška, Viki by mala tašku ťažšiu ako tri hrušky a to už vieme, že je ťažšie ako Jankina taška. Keďže Jankina taška je však ťažšia ako Vikina, musí byť pomaranč ľahší ako hruška. Keď porovnáme Ignáca a Viki, Ignác má 2 jablká miesto Vikiných pomarančov. Takže vidíme, že pomaranč je ťažší ako jablko.

Miška (1*jablko, 1*pomaranč, 1*hruška)

Keď porovnáme Mišku s Ignácom, Ignác má namiesto pomaranča jablko. Keďže jablko je ľahšie, Ignácova taška je ľahšia ako Miškina.

Keď porovnáme Mišku s Viki, Viki má namiesto Miškinho jablka pomaranč. Takže Viki má ťažšiu tašku ako Miška.

Podobne Janka má ťažšiu tašku ako Miška, lebo má hrušku miesto jej pomaranča.

Poradie tašiek od najťažšej je: Janka > Viki > Miška > Ignác

Lukáš Šuster
5.B.
Z.Š. A. Dubčeka, Majerníkova 62
Príklad č. 2

Keď budeme zisťovať čísla ABBCD bude sa nám ľahšie počítať od konca.

Keď sme vynásobili A*C vyšlo nám C. Z toho vyplýva, že A=1. Ešte by mohlo byť C=0, ale to by sa nám hneď na začiatku celé číslo vynulovalo, čo sa nemôže, lebo A*B*B*C*D musí byť trojciferné číslo.

Teraz hľadáme B*A*C=AC. Vieme dosadiť B*1*C=1C

Hľadáme číslo C. Keby C=1, tak AC=11 a B by muselo byť 11, čo nemôže, lebo B je jedna cifra.
Keby C=2, tak B=12/2=6.
Keby C=3, tak by B=13/3 čo nie je jedna cifra
Keby C=4, tak B=14/4 čo tiež nie je cifra
Keby C=5, tak B=15/5=3
Keby C=6, tak B=16/6 čo tiež nie je cifra
Keby C=7, tak B=17/7 čo tiež nie je cifra
Keby C=8, tak B=18/8 čo tiež nie je cifra
Keby C=9, tak B=19/9 čo tiež nie je cifra

Zistili sme, že sú len dve možnosti: C=2 a B=6 alebo C=5 a B=3.

Ideme hľadať D tak, aby A*B*B*C*D = BAC

Pre C=2 a B=6 máme: 1*6*6*2*D=612. Po vydelení vyjde D=8,5 a to je zle, lebo hľadáme celé číslo.

Pre C=5 a B=3 máme 1*3*3*5*D = 315. Po vydelení vyjde D =315/45=7.

Číslo ABBCD je teda 13357.

Lukáš Šuster
5.B.
Z.Š. A. Dubčeka, Majerníkova 62
Príklad č. 3

Skupinka z hocijakých ôsmich čísiel so súčtom 20 musí dávať súčet 4. Kebyže hľadáme osem čísiel, z ktorých žiadna skupinka nedáva súčet 4, tak tých osem čísiel nemôže mať súčet 20.

Keby v skupine boli čísla 1, 1, 1, ďalšie čísla by nemohli byť ani 1, ani 2, ani 3, ani 4, museli by tam byť čísla aspoň 5 a ich súčet by bol aspoň 28.

Keby v skupine boli iba dve 1-ky, tiež by tam nemohla byť ani 2, ani 3, ani 4 a muselo by byť šesť čísiel aspoň 5.

Keby v skupine bola iba jedna 1-ka, môže byť jedna 2-ka, ale zvyšných šesť čísiel je aspoň 5.

Keby v skupine nebola žiadna 1-ka a iba jedna 2-ka a zvyšné aspoň 3-ky, súčet je aspoň 23.

Prebrali sme všetky možnosti ako nemať skupinku so súčtom 4 a nedá sa tak nájsť 8 čísiel so súčtom 20. Preto ak je osem čísiel so súčtom 20, musí v nich byť skupinka so súčtom 4.

Lukáš Šuster
5.B.
Z.Š. A. Dubčeka, Majerníkova 62
Príklad č. 4

Vieme, že keď otočíme digitálnu 0, vyjde nám 0. Keď otočíme 1, vyjde 1. Keď 2, tak 2. 3 sa nedá otočiť, takže číslica 3 v našich číslach nemôže byť. Číslo 4 otočíme na 4. 5 na 5. 6 na 9. 7 sa nedá otočiť. 8 na 8. 9 na 6.

Ideme sa pozrieť na posledné cifry. Ich súčet má byť 8 alebo 18. Možnosti sú: 9+9, 8+0, 6+2, 4+4, 2+6, 0+8.

Keď ich otočíme, budú to prvé cifry a nie posledné. Ich súčet musí byť 11 alebo 10. Po otočení sa čísla 9+9, 8+0, 6+2, 4+4, 2+6, 0+8 stanú 6+6, 8+0, 9+2, 4+4, 2+9 a 0+8. Súčet 11 dáva len 9+2 a 2+9. Pred otočením to boli 6+2 a 2+6.

Predposledné cifry majú tie isté možnosti, lebo súčet je tiež 8 a z jednotiek sme nič nepreniesli. Keď tieto čísla otočíme, má byť súčet 8 alebo 7. Z možností 6+6, 8+0, 9+2, 4+4, 2+9 a 0+8 zostanú 8+0, 4+4, a 0+8. Tie pred otočením boli tiež 8+0, 4+4, a 0+8.

Ideme na stovky. Súčet cifier musí byť 6 alebo 16. Máme možnosti 0+6, 1+5, 2+4, 4+2, 5+1, 6+0 a 8+8. Keď ich otočíme bude to 0+9, 1+5, 2+4, 4+2, 5+1, 9+0 a 8+8. Súčet po otočení má byť 9 alebo 8. To spĺňajú len 0+9 a 9+0.

Ideme na tisícky. Súčet cifier musí byť 6, lebo zo stoviek sme pri žiadnej možnosti neprenášali. Na mieste tisícok nemôže byť nula. Možnosti sú 1+5, 2+4, 4+2 a 5+1. Po otočení to bude 1+5, 2+4, 4+2 a 5+1. Tie majú mať súčet tiež 6, takže všetky možnosti vyhovujú.

Takže prvá cifra na oboch číslach bude jedna zo štyroch možností 1+5, 2+4, 4+2 a 5+1

druhá cifra bude jedna z dvoch možností 0+6 a 6+0

tretia cifra bude jedna z troch možností 8+0, 4+4, a 0+8

posledná cifra bude jedna z dvoch možností 6+2 a 2+6.

Počty možností navzájom vynásobíme a zistíme, že takýchto dvojíc čísiel ktoré napísal Kevin je 48.

Sára mohla mať iné číslo ako Kevin.

Napríklad Kevin mohol napísať 1086+5682 (vybrali sme vždy prvý pár). Sára mohla napísať 2642+4046 (vybrali sme vždy druhý pár).

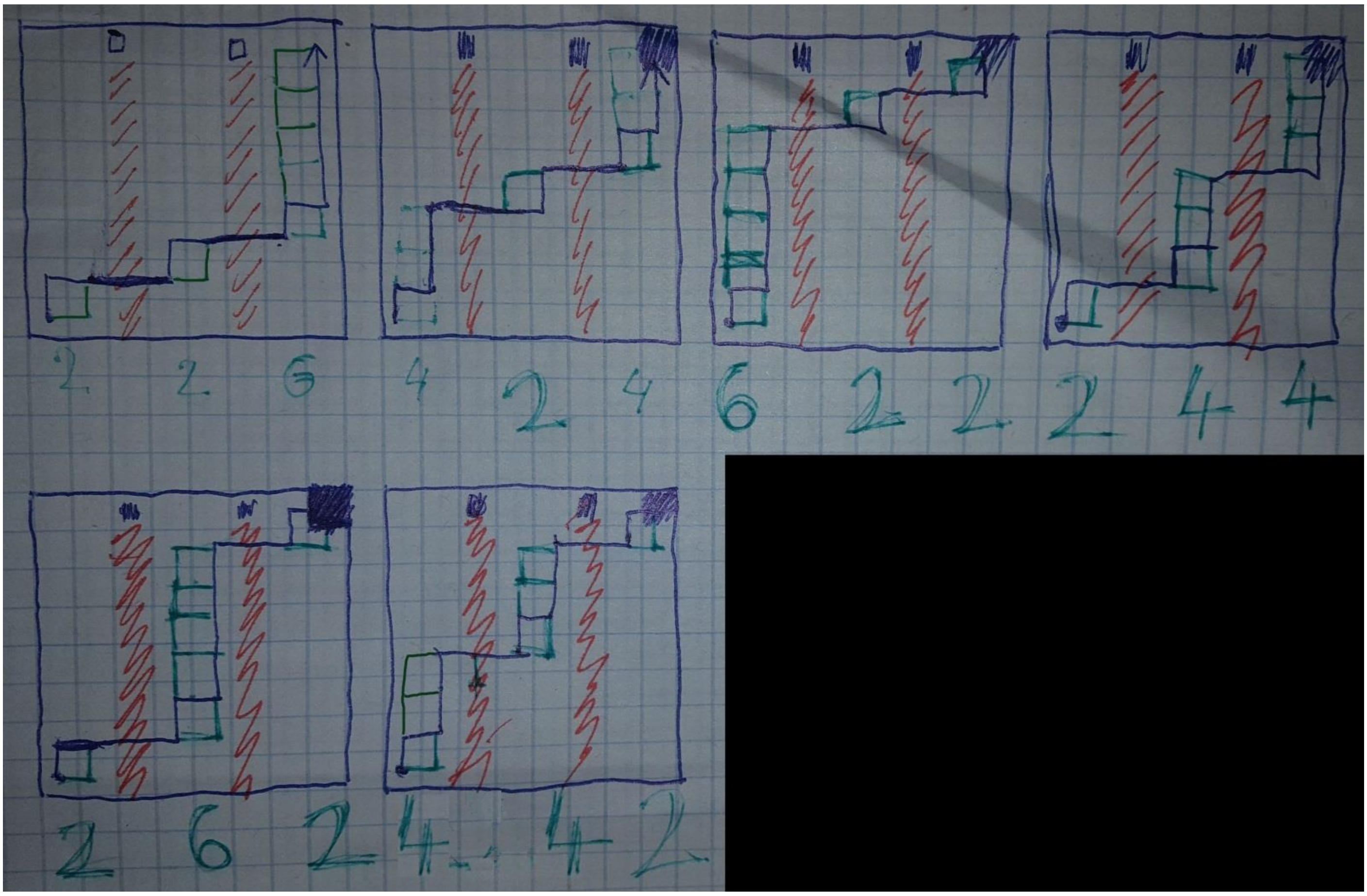
Poznámka: Keď Kevin napísal 1086+5682, berieme to ako iné riešenie než 5682+1086. Ak by na poradí nezáležalo, bolo by riešení len 24 (polovica).

Lukáš Šuster
5.B.
Z.Š. A. Dubčeka, Majerníkova 62
Príklad č. 5

Na obrázku nižšie sú všetky riešenia. Teraz vysvetlím čo obrázok znamená.

Červené čiarky vyznačujú pole, kde chodí nepriateľ (nebezpečná zóna). Tie treba prejsť rýchlo – na dva ťahy. Nedá sa v nich odbočiť dohora. Vojsť do nich treba v nepárnom ťahu, aby sme v ďalšom párnom ťahu stihli vyjsť z nebezpečnej zóny.

Modrá čiara je trasa, kade môže figúrka prejsť. Zelená čiara označuje iné možnosti. Napríklad v prvej šachovnici je možné ísť najprv hore a potom doprava (modrým) alebo najprv doprava a potom hore. Sú teda dve trasy pred prekročením prvej nebezpečnej zóny. Takisto sú dve možné trasy po prvej nebezpečnej zóne a pred druhou. Za druhou nebezpečnou zónou je 6 možností. Takže na prvej šachovnici je spolu 24 riešení.



Na týchto šiestich šachovniciach je vždy iná trasa cez nebezpečné zóny. Cez prvú nebezpečnú zónu sú možné tri trasy. Cez druhú tiež tri. Možeme ich skombinovať ako: dolná prvá zóna + dolná druhá zóna, dolná prvá zóna + stredná druhá zóna, dolná prvá zóna + horná druhá zóna, stredná prvá zóna + stredná druhá zóna, stredná prvá zóna + horná druhá zóna, horná prvá zóna + horná druhá zóna.

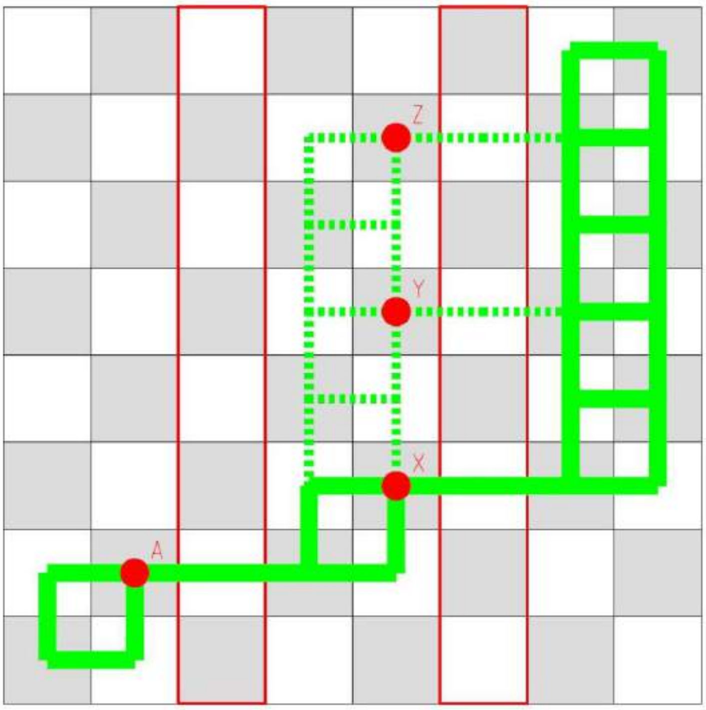
Spolu možností je 24+32+24+32+24+32, teda 168 riešení.

Lukáš Šuster
5.B.
Z.Š. A. Dubčeka, Majerníkova 62
Prémia

Stratégia	1. nádoba	2. nádoba	3. nádoba	4. nádoba	5. nádoba
1. kolo	0	6	32	31	31
2. kolo	31	7	31	23	8
3. kolo	0	5	34	30	31

Patrícia Mária Chomová
Kvarta
Gamča
Príklad č.5

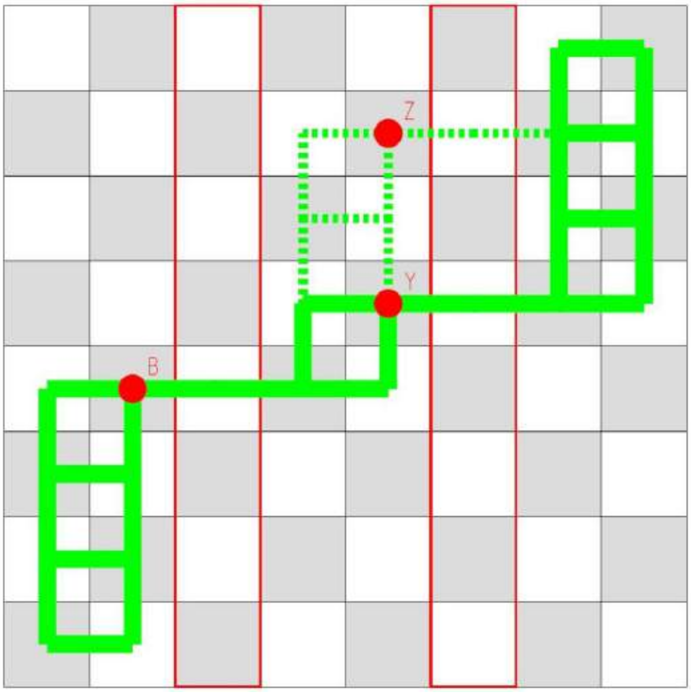
Riešenie:
Na nepriateľských územiach môžeme byť iba v nepárnych ťahoch, pretože po každom párnom ťahu sa nepriateľské figúrky presúvajú. To znamená, že v prvom nepriateľskom stĺpci môžeme prechádzať iba v párnych riadkoch, pretože iba do párnych riadkov sa vieme dostať párnym počtom ťahov a teda u nepriateľov budem v nepárnom ťahu. Tieto riadky sú 2, 4, 6, 8.
V druhom nepriateľskom stĺpci môžeme byť zase iba v nepárnom ťahu. V prvom sme v nepárnom ťahu a teda medzi prvým a druhým nepriateľským stĺpcom musíme urobiť párny počet ťahov teda riadky cez, ktoré môžeme prechádzať sú nepárne 3, 5, 7.
Vráťme sa naspäť ku prvému nepriateľskému stĺpcu. Povedali sme si, že môžeme ísť aj cez 8 riadok. Problém je v tom, že z 8 riadku sa už nemáme kam pohnúť pretože nemôžeme ísť dole a teda nemôže s tohto riadku prekročiť aj druhy nepriateľský stĺpec.
Políčka, cez ktoré môžeme prejsť v prvom nepriateľskom stĺpci si označme zdola A, B, C a v druhom si ich označme zdola ako X, Y, Z.
Do bodu A sa vieme dostať dvoma cestami. Z bodu A do bodu X sa vieme dostať dvoma cestami. Do bodu Y 4 cestami. Do bodu Z 6 cestami.



Z bodu X do H8 sa môžeme dostať 6 cestami, z bodu Y 4 cestami, z bodu Z 2 cestami.

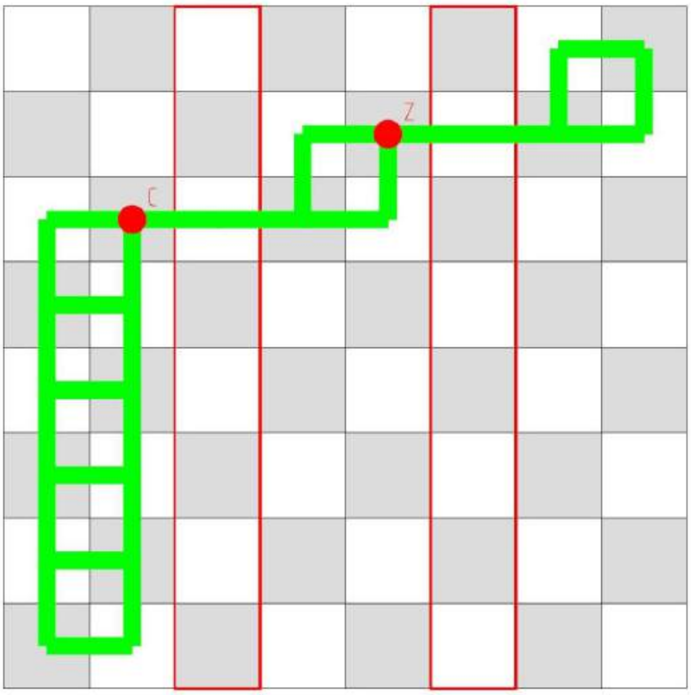
Čiže počet ciest je 2*2*6+2*4*4+2*6*2=24+32+24

Do bodu B sa vieme dostať 4 cestami. Do bodu Y 2 cestami. Do bodu Z 4 cestami.



Čiže počet ciest je 4*2*4+4*4*2=32+32

Do bodu C sa vieme dostať 6 cestami. Do bodu Z 2 cestami.

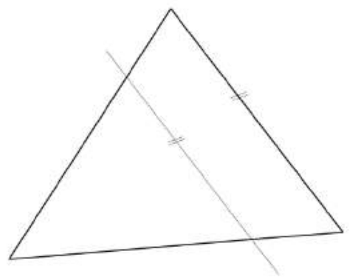


Čiže počet ciest je 6*2*2=24
Teraz si musíme počty ciest medzi bodmi sčítať. (cesty do A*cesty do X*cesty do H8...)
24+32+24+32+32+24=168

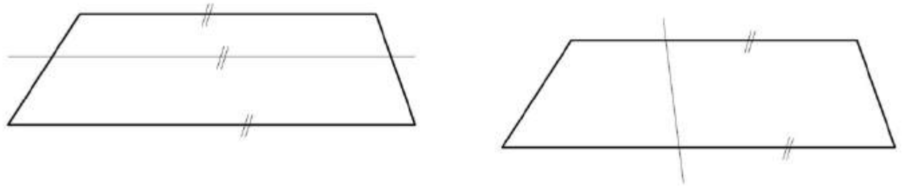
Odpoveď:
Počet ciest je 168.

Patrícia Mária Chomová
Kvarta
Gamča
Príklad č.6

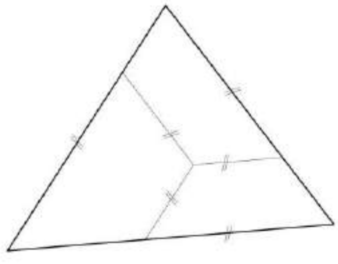
Riešenie:
Keď sa snažíme rozdeliť trojuholník na lichobežníky, prvé čo nás napadne je spraviť rovnobežku s ktoroukoľvek stranou.



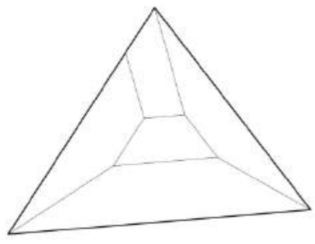
Takto nám vznikne lichobežník a trojuholník. Tento lichobežník vieme rozdeliť na ďalšie lichobežníky tak, že spravíme rovnobežku so základňami alebo spravím priamku pretínajúcu obidve základne. Taktiež vieme, že týchto rovnobežiek a priamok pretínajúcich základne môžeme v trojuholníku urobiť nekonečne veľa. Problém je, že nám vždy ostane nejaký trojuholník. Riešime teda rozdelenie tohto trojuholníku.



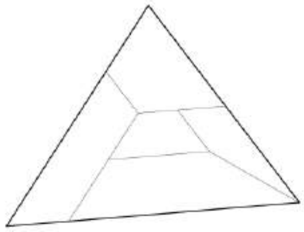
Vieme, že lichobežník musí mať dve rovnobežné strany aby to bol lichobežník. Začnime teda tým, že si kdekoľvek vo vnútri trojuholníku zadáme bod. Od tohto bodu si spravíme rovnobežku ku každej zo strán. Takto nám vznikajú tri lichobežníky. Tento bod si však môžeme umiestniť kdekoľvek vo vnútri trojuholníku a teda možností je nekonečno.



Druhá možnosť je, že ku jednej zo strán si urobíme dve rovnobežky a ku zvyšným dvom si spravíme jednu.
Teraz nám vznikol lichobežník v strede trojuholníka. Od každého rohu si predĺžime dve úsečky nášho malého lichobežníka na pol priamky. Z jedného jeho vrcholu si urobíme úsečku do najbližšie vrcholu trojuholníka a zo zostávajúceho vrcholu si urobím rovnobežku ku základni trojuholníka. Samozrejme to platí aj pre možnosť, že to nie je základňa ale iná strana. Lichobežníkov je 5.



Tretia možnosť je, že si z troch vrcholov nášho lichobežníka si spravíme úsečky do ich najbližších vrcholov trojuholníka. Zo štvrtého vrcholu si urobíme rovnobežku ku jednej z úsečiek, ktoré vychádzajú zo susediacich vrcholov. Lichobežníkov je 5.



Ako už vieme trojuholník vieme rozdeliť na nekonečno lichobežníkov a aj tieto tri možnosti vieme kombinovať. S toho nám vyplýva, že lichobežníkov môže byť nekonečno a taktiež možností ako to urobiť je nekonečno.

Odpoveď:
Týchto lichobežníkov môže byť akýkoľvek celočíselný počet rovný alebo väčší ako 3.

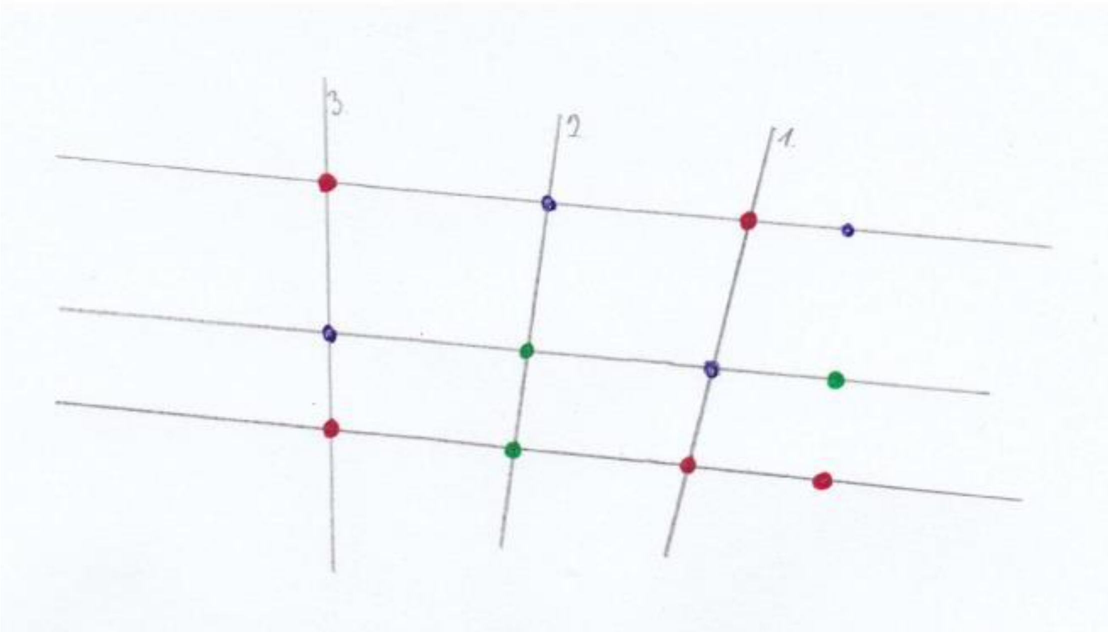
Patrícia Mária Chomová
Kvarta
Gamča
Príklad č.7

Riešenie:
Najskôr si povedzme akým systémom zistíme počet strážcov. Tento systém nám bude platiť aj pri 42 zámkoch. Jediné čo musíme zistiť je počet všetkých možných rozdielnych kombinácií bez opakovania kľúčov v jednej sade. Následne budeme musieť tento počet kľúčov vydeliť dvoma, pretože prvá sada kľúčov (ktorá nás napadne) je 1, 2, 3, 4, 5. Posledná sada kľúčov (ktorá nás napadneň je 6, 7, 8, 9, 10. Títo dvaja strážcovia vedia otvoriť truhlicu spoločne. Takúto dvojicu sád bude mať polovica strážcov v prípade, že odpoveďou by boli všetky možné kombinácie kľúčov.
V takomto prípade nebudeme mať žiadnych dvoch strážcov s rovnakou sadov kľúčov, taktiež keď si zoberieme ktoréhokoľvek strážcu tak nájdeme aspoň jedného ďalšieho strážcu a aspoň jedným rovnakým kľúčom a ako sme si už povedali tak ani dvaja strážcovia s úplne rozdielnou sadov kľúčov.
Pre desať zámkov je teda v izbe strážcov:
Všetkých možných kombinácií je – 252.
Teraz to vydelíme dvoma aby sme zabránili možnosti dvom úplne rozdielnym sadám – 126.
Pre 42 zámkov je teda strážcov v izbe:
Všetkých možných kombinácií je – 538257874440
Vydelíme dvoma – 269128937220

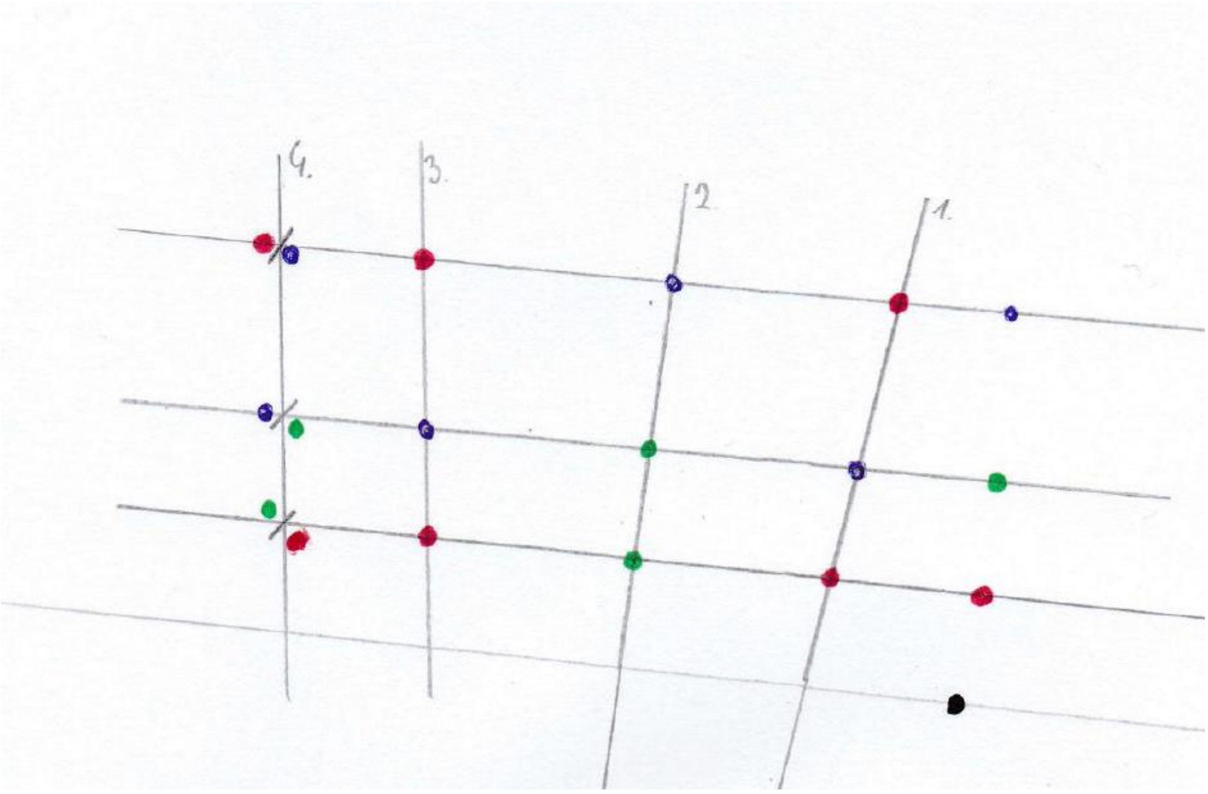
Odpoveď:
Pre 10 zámkov je najväčší možný počet strážcov 126.
Pre 42 zámkov je najväčší možný počet strážcov 269128937220.

Patrícia Mária Chomová
Kvarta
Gamča
Príklad č.8

Riešenie:
Najskôr si určíme rovinu troma bodmi. Každému z týchto bodov dáme inú faru (modrú, červenú, zelená) a urobíme si cez neho rovnobežku.
Teraz si urobíme priamku, ktorá prechádza všetkými troma rovnobežkami. Na každom priesečníku rovnobežiek a tejto priamky môže byť iba jedna z tých farieb, ktoré už v obrázku máme.
Povedzme teda, že na prvej rovnobežke máme modrý bod to znamená, že priesečník môže byť zelený alebo červený. Dajme si ho červený presuňme sa ku zelenej rovnobežke. Priesečník môže byť červený alebo modrý dajme si modrý. Presuňme sa ku poslednej – červenej rovnobežke. Predchádzajúce dva priesečníky boli červený a modrý to znamená, že tento tretí môže byť zase už iba modrý alebo červený dajme si teda červený.
Spravme si ďalšiu priamku, ktorá pretína všetky tri rovnobežky. Prvý priesečník si dajme modrý - môže byť len modrý alebo červený . Druhý môžeme mať zelený alebo modrý. Dajme zelený. Tretí môže byť zase modrý alebo zelený. Dajme si zelený.
Urobme si tretiu priamku, ktorá pretína všetky tri rovnobežky. Prvý priesečník môže byť červený alebo modrý. Dajme si červený. Druhý môže byť zelený alebo modrý. Dajme si modrý. Tretí môže byť modrý alebo červený, ale s predchádzajúcej priamky vieme, že na tejto rovnobežke môže byť len zelená alebo červená a teda v tomto bode môže byť len červená. (rozloženie farieb záleží na nás)



Pozrime sa teraz na možnosť, že by sme pridali ešte jednu rovnobežku s novou farbou – žltou. Spravíme si novú priamku, ktorá prechádza cez všetky štyri rovnobežky. Na prvom priesečníku môže byť modrá alebo červená. Na druhom priesečníku môže byť zelená alebo modrá. Na treťom priesečníku môže byť zelená alebo červená. Nie je farba, ktorá by mohla byť na všetkých troch priesečníkoch a preto už nemôže byť ďalšia farba.



Odpoveď:
Maximálny počet farieb bodov v rovine je 3.

Patrícia Mária Chomová
Kvarta
Gamča
Príklad č.9

Riešenie:
Začnime tým, že povieme jednotlivé stratégie pre A a B.
A bude od začiatku vyškrtávať čísla, ktoré sú súdeliteľné s najväčším počtom ďalších čísel v našej postupnosti.
B bude vyškrtávať iba čísla, ktoré už nie sú súdeliteľné s nijakým alebo s najmenším počtom čísel v našej postupnosti.
V každej skupine za sebou idúcich čísel máme viac ako polovicu čísel, ktoré sú nesúdeliteľné. A má vždy taký počet ťahov, ktorý je väčší ako polovica počtu súdeliteľných čísel. Na to aby dve čísla neboli súdeliteľné stačí vyškrtnúť jedno z čísel a zároveň B bude musieť tiež vyškrtnúť niektoré zo súdeliteľných čísel pretože v žiadnom číselnom rade čísel idúcich za sebou nemáme toľko prvočísel aby mohlo stále vyškrtávať čísla, ktoré nie sú súdeliteľné s ničím.

Odpoveď:
A vyhrá pri akomkoľvek počte čísel.

Tomáš Šimek

2016/17 Zima/2/5

Rozoberme časť, kým sa neocitne figúrka za stĺpcom C.

Povšimneme si, že každé políčko má pevne daný počet ťahov za ktorý sa dá naň zo štartu dostať. Pole C1 bude neprechdné z dôvodu, že ak by sme sa naň vydali jedinou možnou cestou tak naň prídeme predtým, než sa nepriateľská figúrka odtiaľ presunie. Pole C8 bude nepriechodné z dôvodu, že počas nášho príchodu naň by prebehli také ťahy, že nepriateľská figúrka by akurát stála na ňom a blokovala by cestu. Polia C3,C5,C7 budú nepriechodné z toho dôvodu že sa na ne dostaneme za párny počet ťahov a teda potom tadiaľ prejde nepriateľská figúrka.

Všimneme si, že na pole C2 vedú dve cesty, keďže sú dve možnosti, kde preradiť do B stĺpca počas stúpania po vertikále. Na pole C4 vedú 4, na pole C6 vedie 6.

Teraz sa pozrieme na úsek, keď naša figúrka vo svojom ťahu prišla do stĺpca D, súper vykonal svoj ťah, a sme na rade. Teraz pre F stĺpec. F1 je nedostupné pretože C1 je nedostupné. Na F8 nám bude trvať prísť celkovo 12 ťahov a teda keď tam prídeme, druhá figúrka sa tam vráti a vyhodí nás. Od toho zhodnotíme, že na políčka F6, F4, F2 sa vieme tiež dostať len za párny počet ťahov a teda sú nepriechodné.

Teraz si zoberme pre políčka F3, F5, F7 koľko rôznych ciest existuje k nim. Na F3 sa vieme dostať len z C2, existujú tu dve možné miesta na preradenie doprava. Na F3 teda je len 2*2 možností, keďže na C2 sú dve možnosti. Teraz si rozoberieme pre F5, kam sa dá dostať z C2 a z C4, podobným spôsobom zistíme že tam vedie 2*4 +4*2 ciest. Pre F7 je to 2*6 + 4*4+ 6*2.

No , teraz sme už prešli do stĺpca G z respektívnych miest v stĺpci F, pre F3 je tu 6 ďalších možných ciest k cieľu podľa už opísaného princípu. Pre F5 4, pre F7 2.

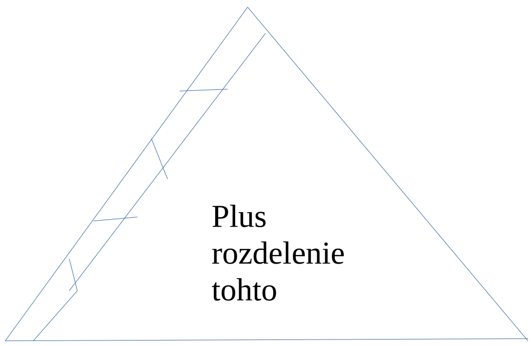
Teraz pre každú z troch F-pozícií, kde sa vie figúrka vynoriť, spočítame počet možných ciest cez ne až k cieľu:

F3: 4*6
F5: 16*4
F7: 40*2

Spolu sa nám vynorí 168 možných ciest.

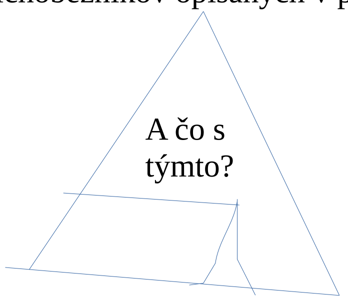
Tomáš Šimek

2016/17 Zima/2/6
*riešenie sa dá pochopiť aj pri matematickej defiinícii lichobežníku kde doň spadajú aj kosodĺžniky.
No, vieme ho rozdeliť teoreticky na nekonečno lichobežníkov, asi takto:

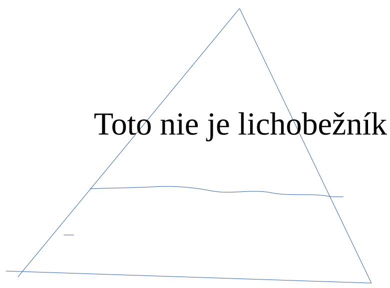


My vieme spraviť dĺžku podstavy jedného lichobežníka arbitrárne malú, ale aj tak si vieme povedať hociako veľký počet lichobežníkov a povedať si, že stále táto podstava existuje a je to teda lichobežník.
Ak sa nám teda podarí nejako rozdeliť zvyšok trojuholníka, máme horný limit nekonečno, a od dolného limitu už nepretržitú schopnosť vytvoriť práve toľko lichobežníkov.
Zvyšok trojuholníka je len ďalší trojuholník. Teda teraz vieme nájsť, či sa niečo takéto dá spraviť aj aký je dolný limit.

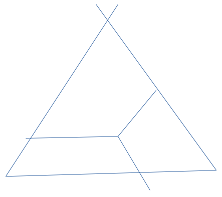
Aký je teda dolný limit? Dva to nebude, pretože buď by sme vytvorili výsek, ktorý sa nedá klasifikovať ako druhý lichobežník, alebo by sme len uťali z trojuholníka a vytvorili menší podobný. Ten nemôžeme nazvať lichobežníkom, lebo narozdiel od nekonečne malej strany lichobežníkov opísaných v predchádzajúcom odseku tu NEEXISTUJE štvrtá strana.

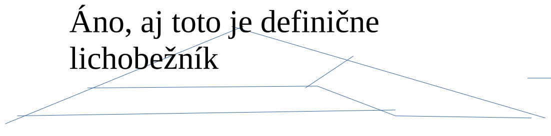


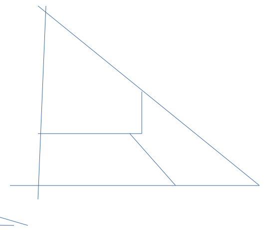
Hociaká forma
lichobežníku



Toto si vieme potvrdiť aj pri tupouhlom trojuholníku, aj pri pravouhlom, aj pri hociakom.
Teraz, vieme každý trojuholník rozdeliť na tri lichobežníky, tým že vytvoríme úsečku od strany trojuholníka paralelnú s inou stranou, za jednu stranu lichobežníka dosadíme paralelnú úsečku k nasledujúcej strane, a tu spravíme to isté aj pre tretiu stranu.







Horný limit je teda nekonečno a dolný tri.

Tomáš Šimek

2016/17 Zima/2/7

Prvé dva body môžeme zhrnúť do toho, že každý strážca má unikátnu *kombináciu* n/2 predmetov zo setu n. Kombináciou rozumieme unikátny výber, kde sa nemôže niečo nachádzať viac ako jedenkrát, bez ohľadu na poradie.

Pozrieme sa na poslednú podmienku a vidíme, že toto bude celkom ľahké rozriešiť. Keďže kombinácie sú n/2 členné, vieme povedať, že pre jednu z nich existuje práve jedna unikátna kombinácia ďalších n/2 členov, ktoré dokopy tvoria kompletnú skupinu n unikátnych členov.

To znamená, že maximálny počet strážcov bude počet kombinácií n/2 predmetov z n, delený dvomi. Pretože ak má existovať strážca s jednou z kombinácií, automaticky nemôže existovať strážca s práve jednou inou z týchto kombinácií. Pričom tento vzťah je obojstranný. Teda najviac vieme vytvoriť polovicu z možných kombinácií.

Teraz k nejakému vzorčeku, no tak bežný vzorček pre k kombinácií z n je $\frac{n*(n-1)...(n-k+1)}{k!}$, čo vieme upraviť na $\frac{n!}{k!(n-k)!}$. Toto pre náš prípad bude $\frac{n!}{(\frac{n}{2}!)^2}$. Čo si vieme ešte ďalej upravovať na nejaké tvary ako chceme.

Ešte pre prípad že by sem bolo treba napísať ako vieme odvodit tento vzorček, no, zoberme si všetky k-členné permutácie zo skupiny n vecí, prvý člen môže byť n vecí, druhý môže byť n-1 vecí, a tak až po k-ty člen. Toto kombinatoricky dáva čitateľ prvého vzorca. Teraz, koľko z týchto premutácií bude rovnaká kombinácia? No, každá kombinácia k vecí sa dá usporiadať, znova podľa základnej kombinatoriky, na k*(k-1)...*(1) permutácií, teda k!, preto menovateľ.

Pre konkrétne zadania:
10 zámkov: 252 strážcov
42 zámkov: 538 257 874 440 strážcov.

Tomáš Šimek
2016/17 Zima/2/8

Ako základ si zoberme, že existujú na rovine dve farby bodov. Ako by táto rovina vyzerala, aby podľa zadania mohol existovať aj bod tretej farby? No, všetky priamky prechádzajúce cez tento bod **musia** byť inak celé len jednej alebo druhej farby. Teda celá rovina sa dá charakterizovať ako kruh so stredom v bode tretej farby, kde každý priemer je okrem stredového bodu celý jednej farby, tento kruh sa rozpína donekonečna.

Z toho vyplýva, že štvrtá farba by sa už na rovinu nedala dať, pretože by ležala na nejakom priemeri kruhu, ktorý už má na sebe dve farby, farbu stredového bodu a zvyšku daného konkrétneho priemeru.

Tomáš Šimek   2016/17   Zima/2/9

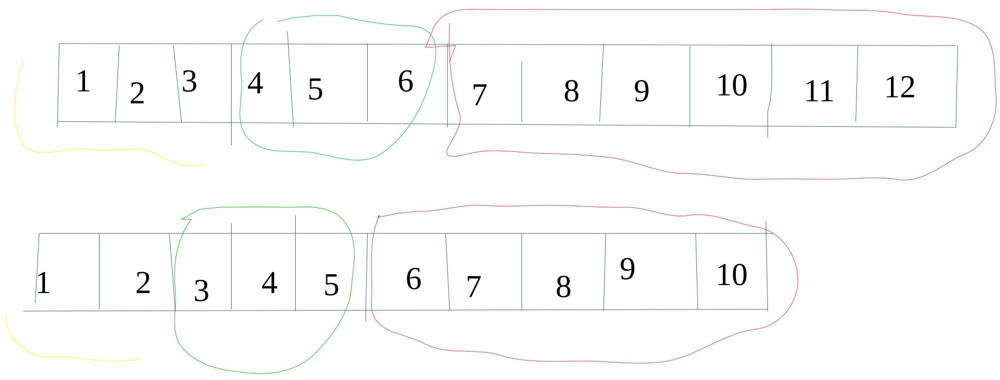
No, zoberme si najskôr príklady nepárneho n a párneho n. Ono hráčovi A stačí odstrániť čísla v dolnej polovici postupky (zaokrúhlene nadol), aby už neexistovali žiadne súdeliteľné čísla (pretože čísla v druhej polovici nemôžu byť medzi sebou ani len dvojnásobky). T**eraz, na to má k dispozícii $\frac{n-2}{2}+1$ ťahov v prípade nepárneho n. A odstrániť je treba len $\frac{n}{2}$ čísel. Toto mu práve vychádza, takže v prípade nepárneho n môže proste ťahať tak, aby za ťahy ktoré má k dispozícii tieto čísla boli odstránené. K tomu netreba komentovať.**

Teraz pri párnych n, aby mal B šancu na výhru, je imperatívne aby postupka začínala číslom 1. Ak totiž nebude začínať číslom 1, ak si ju predstavíme, tak vlastne n/2 -tý element už nebude mať žiadny dvojnásobok v postupke a teda hráčovi A stačí odstrániť $\frac{n}{2}-1$ čísel za $\frac{n-2}{2}$ ťahov. Čo sa mu samozrejme podarí. **Takže tu je výherná stratégia hráča A taká istá ako hore spomenutá.**

No, pri párnom n, kde začiatok postupky =1 to už takto pekne nevychádza, ale na druhej strane nevieme hneď prehlásiť že by hráč A musel prehrať, veď ono by v tom mohli byť nejaké ďalšie finty. Môžeme sa ale pozrieť hna hráča B.

Hráč B má stratégiu, ktorou môže docieliť, že za jedno kolo prestane existovať len jeden jediný pár čísel, kde jedno je dvojnásobkom druhého. Tým pádom po uplynutí všetkých ťahov ostane ešte jedna takáto dvojica a B vyhral, lebo takáto dvojica sú súdeliteľné čísla.

Označnme si tri kľúčové regióny postupky, demonštrované na konkrétnych príkladoch:



Tretia skupina sú čísla od n/2 +1 po koniec postupky. Druhá skupina sú čísla, ktoré vynásobené dvomi dávajú číslo v tretej skupine. Prvá skupina sú tie ostatné na začiatku.

Teraz, čokoloľvek A spraví, B vie dosiahnuť už spomínaný cieľ pre ten ťah.

- Ak A škrtne dačo z druhej kategórie, B môže pokojne škrtnúť jeho dvojnásobok, výsledkom je že zmizol len jeden jediný pár.

- Ak A škrtne niečo párne z tretej kategórie, B môže škrtnúť toto číslo/2. Je to rovné situácii v bode vyššie.
- Ak A škrtne dačo z prvej kategórie, B môže bezpečne škrtnúť dačo nepárne z tretej kategórie. Toto sa vždy bude dať, lebo v tretej kategórii je n/2 čísel, v kategóriach jedna a dva je spolu tiež n/2 čísel,

koľko je čísel v kategórii dva, toľko bude aj párnych čísel v kategórii tri, z toho počet čísel v prvej kategórii = počet nepárnych v tretej kategórii.

-Ak A šktrne nepárne číslo z tretej kategórie, B môže škrtnúť niečo z prvej kategórie. Dôkaz máme v bode nad týmto. Je to rovnaká úprava postupky ako bod nad týmto.

No, takto sa dostaneme k posledným dvom dvojiciam, keďže každé kolo padla len jedna jediná, tu A škrtne dačo, B škrtne dačo iné aby ostávajúce dve čísla boli jedno dvojnásobkom druhého, tea súdeliteľné, teda B vyhrá.

Tomáš Šimek

2016/17 Zima/2/prémia

	Nádoba 1	Nádoba 2	Nádoba 3	Nádoba 4	Nádoba 5
Kolo 1	0	30	36	23	11
Kolo 2	Zvyšok do 100	30	16	Minulé kolo Súper dal: viac alebo rovnako ako 27: 23 menej ako 27: 27	24
Kolo 3	26	4	36	Spravme vážený priemer toho, čo sem súper dal. Váhy sú 1 pre prvé kolo, 2.2 pre druhé kolo. Ak je tento menej ako 30, dáme 34. Inak 0.	Zvyšok do 100 Ak teda je nenulový.

Kristián Živčic 1/1 str.
5.A.
ZŠ malokarpatské nám. č.1
príklad číslo 1

DETI	JABLKO	HRUŠKA	POMARANČ	HMOTNOSŤ
IGNÁC	2	1	0	NAJĽAHŠIA
VIKI	0	1	2	
JANKA	1	2	0	NAJŤAŽŠIA
MIŠKA	1	1	1	

Vieme, že hruška je ťažšia ako jablko a pomaranč.
Pomaranč je ťažší ako jablko.

Miška Janku nikdy nepredbehne takže Janka má ťažšiu tašku ako Miška lebo 1 pomarančom, hruškou a Jablkom nepredbehne 2 hrušky lebo sú najťažšie a jablko.

Takže to znamená, že Miška má ťažšiu tašku ako Ignác lebo Jablká sú najľahšie a nedokážu porazit 1 pomaranč 1 jablko a 1 hrušku.
Viki má 2 pomaranče a 1 hrušku a Miška 1 jablko 1 hrušku a jeden pomaranč.
Ak odrátame hrušku a pomaranč ostane len jeden pomaranč u Viky a u Mišky 1 jablko. Keďže pomaranč je ťažší ako jablko, tak Miška má ľahšiu tašku ako Viki.

DETI	HRUŠKA	JABLKO	POMARANČ	HMOTNOSŤ
IGNÁC	1	2	0	4. NAJĽAHŠIA
MIŠKA	1	1	1	3.
VIKI	1	0	2	2.
JANKA	2	1	0	1. NAJŤAŽŠIA

MIŠKA>IGNÁC
MIŠKA<VIKI
MIŠKA<JANKA

Kristián Livčic
5.A.
ZŠ Malokarpatské nám. č. 1.
príklad číslo 2

1/2 str.

Číslo ABBCD keď vynásobíme navzájom jeho cifry dostaneme číslo BAC. Keď to isté urobíme s číslom BAC dostaneme číslo AC. Po vynásobení číslic AC dostaneme číslicu C. Aké je číslo ABBCD?

Začneme odzadu aby sme dostali 1. číslo a je tam menej číslic.
C môže byť ľubovoľné číslo od 0 po 9.
Násobením čísla A a čísla C musíme dostať C preto A=1, lebo ak chceme násobením dostať jedného z činiteľov musíme násobiť jednotkou (1·C=C) pokračujeme v súčine AC a hľadáme C, ktoré môže byť 2-9 lebo predpokladáme, že A a C nie sú rovnaké.
Číslo AC môže byť 12-19. Vylúčime z nich prvočísla (13, 17, 19) lebo súčin BAC je násobkom 3 číslic (ale prvočíslo sa dá násobiť len 2 číslicami).
AC môže byť 12, 14, 15, 16, 18 (to znamená C môže byť 2, 4, 5, 6, 8)
Teraz idem doplnať číslice aby platila rovnosť zo zadania
BAC = AC = C
B1C = 1C = C

C	AC	BAC	DÔVOD
2	12	B·1·2 = 12 612 vyhovuje zatiaľ	12 je násobok čísla 6
4	14	B·1·4 = 14 nevyhovuje	14 nie je násobok čísla 4
5	15	B·1·5 = 15 315 vyhovuje zatiaľ	15 je násobok čísla 3
6	16	B·1·6 = 16 nevyhovuje	16 nie je násobok čísla 6
8	18	B·1·8 = 18 nevyhovuje	18 nie je násobok čísla 8

Zistil som 2 možné číslice C a B, ktoré vyhovujú rovnosti zo zadania

C = A·C = B·A·C
5 = 1·5 = 3·1·5
A=1 B=3 C=5

C = A·C = B·A·C
2 = 1·2 = 6·1·2
A = 1 B = 6 C = 2

Pokračujeme do poslednej rovnosti. Aby sme zistili číslicu D musíme spraviť príklad, ktorý je v ďalšej tabuľke. Predpokladáme, že obidve B sú rovnaké.

2/2 str.

príklad číslo 2

C	AC	BAC	ABBCD
5	15	315	$1\cdot3\cdot3\cdot5\cdot D$ $45\cdot D=135$ $D=135:45$ $D=7$
2	12	612	$1\cdot6\cdot6\cdot2\cdot D$ $72\cdot D=612$ $D=612:72$ D = nie je celé číslo. cifra musí byť jedna číslica

= správny výsledok

Výsledok: A = 1 B = 3 C = 5 D = 7

Kristián Živčic
5.A.
ZŠ Malokarpatské nám. č.1
príklad číslo 3

1/1 str.

Mám 8 prirodzených čísel, ktorých súčet je 20. Ukážte, že vždy viem z týchto 8 čísel vybrať skupinu, ktorá má súčet 4.

Najprv som spočítal všetkých 8 po sebe idúcich prirodzených čísel.
$1+2+3+4+5+6+7+8=36$ Zistil som, že výsledok je väčší než 20 a to znamená, že sa čísla opakujú. Keďže sú to prirodzené čísla 0 v nich nesmie byť. Napíšem si všetky možné kombinácie prirodzených čísel, ktoré majú súčet 4

súčet 4 čísel	súčet do výsledku 20									
1111	1	1	1	1					=20	nie je súčet 20
22	2	2	3	3	2	2	3	3	=20	
31	3	1	3	3	3	3	2	3	=20	
211	2	1	1	3	3	3			=20	nie je súčet 20

Číslo 4 netvorí skupinu preto tam nie je v tabulke ukázané. (4 = 4 súčet nieje možný). Používam iba číslo 1, 2, 3 lebo tam nebude hocijaká skupina, ktorá má súčet 4.
Ak by sa v zadaní myslelo, že 0 je prirodzené číslo tak môže byť možnosť 0 a 4.

Kristián Žirčic
5.A.
ZŠ Malokarpatské nám. č.1
príklad číslo 4

Kevin napísal 2 štvorciferné čísla pod seba a ako digitálky. Čísla spočítal a vyšlo mu číslo 6688.
Potom čísla otočil, a videl, že stále dávajú zmysel spočítal ich a vyšlo mu číslo 11896.
Vieme o 4-ciferných číslach to, že žiadne sa nekončí ani nezačína 0.
Aké čísla mal napísané na papieri?
Mohla mať Sára rovnaké výsledky a iné sčítance?
Koľko možností na takéto čísla máme?
Ako prvé som vylúčil čísla, ktoré pri pohľade z opačnej strany nevyzerali ako čísla 3 4 7 / E, H, L.

Začal som odzadu aby som mohol nistovať čísla ako pri sčítovaní podseba.
Aby som dostal číslice 6 a 6 mám na to 4 možnosti sčítania a sú to 0 a 6, 5 a 1, 4 a 2, 3 a 3.
Čísla 4 a 2, 3 a 3 vylúčim lebo majú v sebe čísla 4, 3. Ostali nám 2 čísla 0 a 6, 5 a 1. Vylúčim
0 a 6 lebo v sebe má 0 a na konci 0 nesmie byť. Takže 4. cifra je 5 a 1.

8866
***5
***1
11896

Predposledné číslice 6 a 9 dostaneme len jedným spôsobom na sčítanie lebo sú čísla rozdielne a keď otočím jednu z číslic a dostanem druhú číslicu tak sa to dá len nulou. Čiže 3. cifra je z jednej strany 6 a 0 a z druhej 9 a 0

8866
**05
**91
11896

Druhé číslice 8 a 8 dostanem 5 možností na sčítanie a sú to 8 a 0, 1 a 7, 2 a 6, 3 a 5, 4 a 4.
Vylúčim tie, ktoré majú v sebe čísla 7, 3, 4. Ostanú nám 8 a 0, 2 a 6. Z týchto dvoch číslic zoberiem číslo 8 a 0 lebo keď ho otočím dostanem to isté ako predtým.
Takže druhá cifra je 8 a 0.

8866
*805
*091
11896

Prvé cifry majú len jednú možnú kombináciu aby platilo, že keď číslo otočím a sčítam vznikne číslo 11 a keď naspäť otočím a sčítam vznikne číslo 8. Preto prvá cifra je 2 a 9.

8866
9805
2091
11896

príklad číslo 4

Kevin mal na papieri čísla 9805 a 2091.

Sára mohla mať iné čísla a rovnaký výsledok tak, že v stĺpcoch zmenila 2 ľubovoľné cifry sčítancov.

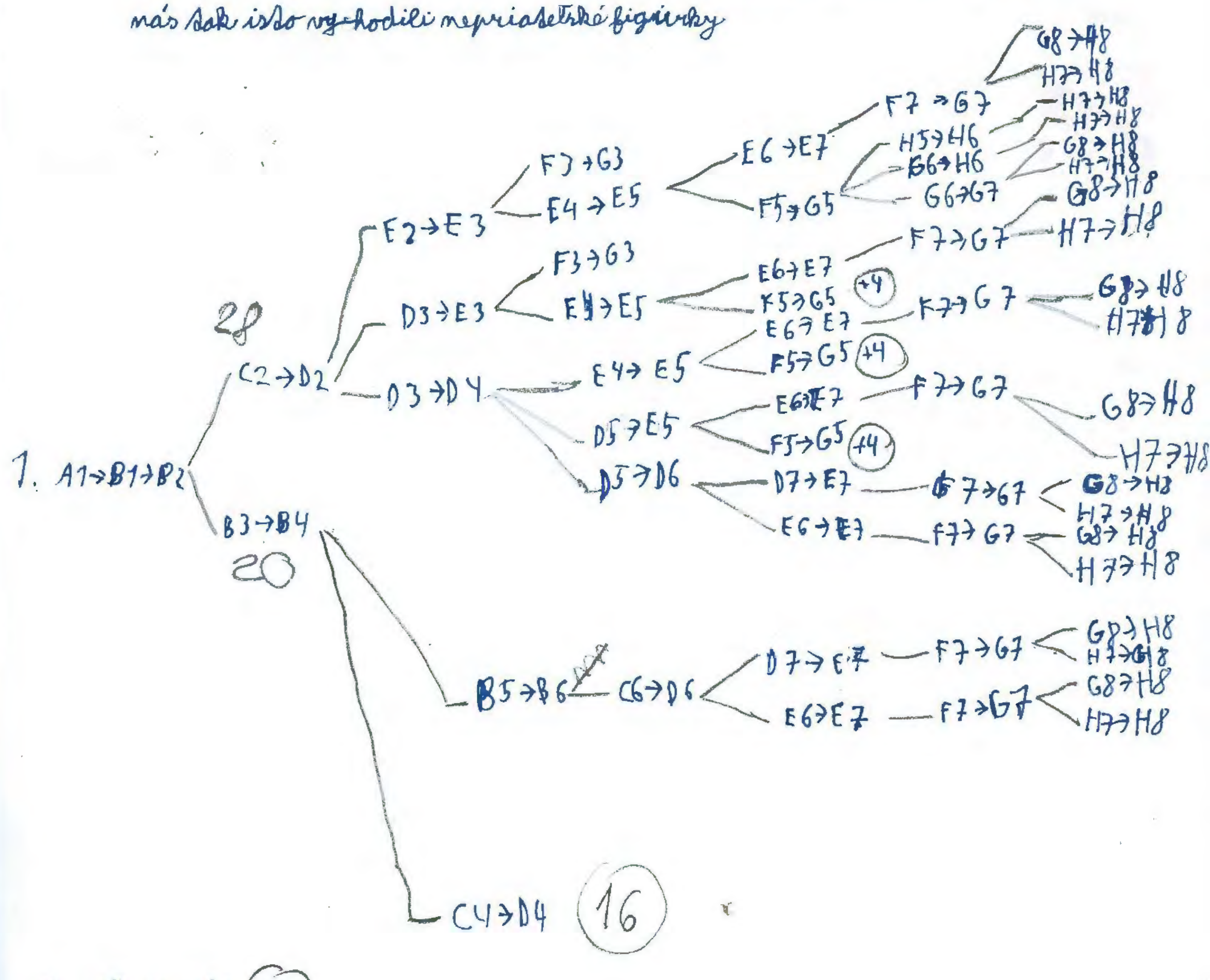
Takýchto možností je 7 a sú to: 9001 9005 9091 9095 9895 9891 9801
2895, 2891, 2805, 2801, 2001, 2005, 2095

Kristián Živčic
5.A.
ZŠ Malokarpatské nám. č. 1
príklad číslo 5

1/2 str.

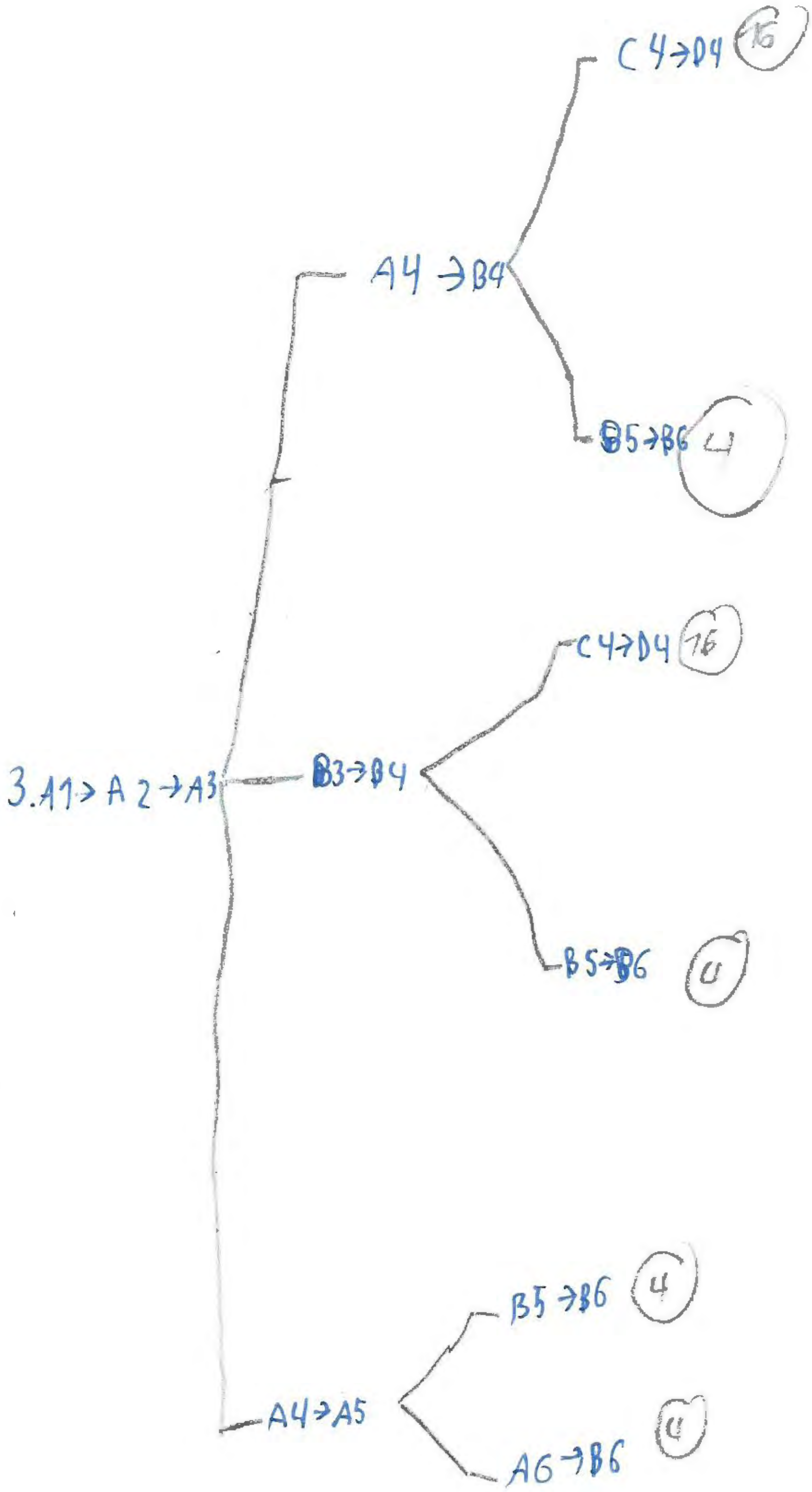
Pri robení príkladu som si pomohol šachovnicou. Moje 3 začiatočné ťahy boli A1→B1→→B2, A1→A2→B2 a A1→A2→A3. Nešiel som A1→B1→C1 lebo by ma zrazila nepriateľská figúrka. Z ťahov A1→B1→B2 a A1→A2→B2 som išiel rovnako. Z B2 boli len 2 cesty. Jedna viedla B3→B4 a druhá C2→D2. Z cesty B3→B4 sa dalo ísť 2 spôsobmi C4→D4 a B5→B6. Keby sme išli B5→C5 alebo C4→B5 tak by nás vyhodila nepriateľská figúrka.

Keby som išiel inými ťahmi ako som išiel buď keď by som nastavil vyhodili by ma nepriateľské figúrka alebo v ďalších ťahoch by nás tak isto vyhodili nepriateľské figúrky



2. A1→A2→B2 48

príklad číslo 5
2./2. str.



$\overset{16}{\frown}$
48 + 48 + 48 = 144

má to 144 spôsobov.